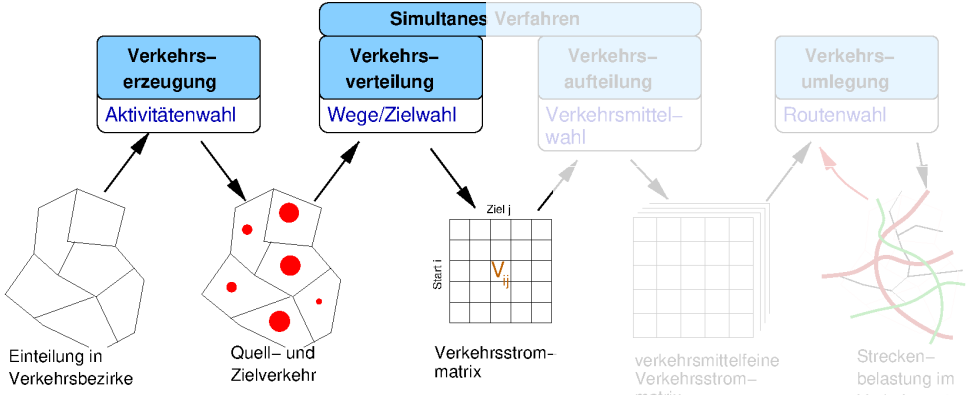
# 6. Zielwahl bzw. Verkehrsverteilung




- 6.1 Zielsetzung
- 6.2 Randsummen und Freiheitsgrade
- 6.3 Grundmodell der Verteilung
- 6.4 Widerstand und Wegebewertung
- 6.5 Reihenfolge der Ziel- und Verkehrsmittelwahl
- 6.6 Konkrete Modelle
- 6.7 Lösung der Modelle

# 6.1 Zielsetzung der Verkehrsverteilung

Ermittlung der Elemente $V_{ij}$ der Verkehrsstrommatrix unter Berücksichtigung der Randsummenbedingungen (RSB). Für harte RSB gilt beispielsweise

$$\sum_j V_{ij} = Q_i \qquad \text{Quellsummenbedingung,}$$

$$\sum_i V_{ij} = Z_j \qquad \text{Zielsummenbedingung.}$$

- $V_{ij}^g$: mittleren Zahl der täglichen Wege von Bezirk $i$ nach Bezirk $j$ ggf disaggregiert nach QZG $g$, aber die spielen hier keine Rolle, da sequentiell bearbeitet; keine Kopplung
- Die RSB sind der Input aus der Aktivitätenwahl/Erzeugung
- Die Gesamtmobilität (in einer QZG) ist durch die "Summen-Summe" $V = \sum_{ij} V_{ij}$ gegeben

# 6.1 Zielsetzung der Verkehrsverteilung

Ermittlung der Elemente $V_{ij}$ der Verkehrsstrommatrix unter Berücksichtigung der Randsummenbedingungen (RSB). Für harte RSB gilt beispielsweise

$$\sum_j V_{ij} = Q_i \qquad \text{Quellsummenbedingung,}$$

$$\sum_i V_{ij} = Z_j \qquad \text{Zielsummenbedingung.}$$

- $V_{ij}^g$: mittleren Zahl der täglichen Wege von Bezirk $i$ nach Bezirk $j$ ggf disaggregiert nach QZG $g$, aber die spielen hier keine Rolle, da sequentiell bearbeitet; keine Kopplung
- Die RSB sind der Input aus der Aktivitätenwahl/Erzeugung
- Die **Gesamtmobilität** (in einer QZG) ist durch die "Summen-Summe" $V = \sum_{ij} V_{ij}$ gegeben

# 6.1 Zielsetzung der Verkehrsverteilung

Ermittlung der Elemente $V_{ij}$ der Verkehrsstrommatrix unter Berücksichtigung der Randsummenbedingungen (RSB). Für harte RSB gilt beispielsweise

$$\sum_j V_{ij} = Q_i \qquad \text{Quellsummenbedingung,}$$

$$\sum_i V_{ij} = Z_j \qquad \text{Zielsummenbedingung.}$$

- $V_{ij}^g$: mittleren Zahl der täglichen Wege von Bezirk $i$ nach Bezirk $j$
  ggf disaggregiert nach QZG $g$, aber die spielen hier keine Rolle, da sequentiell bearbeitet; keine Kopplung
- Die RSB sind der Input aus der Aktivitätenwahl/Erzeugung
- Die **Gesamtmobilität** (in einer QZG) ist durch die "Summen-Summe" $V = \sum_{ij} V_{ij}$ gegeben

# 6.1 Zielsetzung der Verkehrsverteilung

Ermittlung der Elemente $V_{ij}$ der Verkehrsstrommatrix unter Berücksichtigung der Randsummenbedingungen (RSB). Für harte RSB gilt beispielsweise

$$\sum_j V_{ij} = Q_i \qquad \text{Quellsummenbedingung,}$$

$$\sum_i V_{ij} = Z_j \qquad \text{Zielsummenbedingung.}$$

- $V_{ij}^g$: mittleren Zahl der täglichen Wege von Bezirk $i$ nach Bezirk $j$
  ggf disaggregiert nach QZG $g$, aber die spielen hier keine Rolle, da sequentiell bearbeitet; keine Kopplung
- Die RSB sind der Input aus der Aktivitätenwahl/Erzeugung
- Die **Gesamtmobilität** (in einer QZG) ist durch die "Summen-Summe" $V = \sum_{ij} V_{ij}$ gegeben

# 6.1 Zielsetzung der Verkehrsverteilung

Ermittlung der Elemente $V_{ij}$ der Verkehrsstrommatrix unter Berücksichtigung der Randsummenbedingungen (RSB). Für harte RSB gilt beispielsweise

$$\sum_j V_{ij} = Q_i \qquad \text{Quellsummenbedingung,}$$

$$\sum_i V_{ij} = Z_j \qquad \text{Zielsummenbedingung.}$$

- $V_{ij}^g$: mittleren Zahl der täglichen Wege von Bezirk $i$ nach Bezirk $j$
  ggf disaggregiert nach QZG $g$, aber die spielen hier keine Rolle, da sequentiell bearbeitet; keine Kopplung
- Die RSB sind der Input aus der Aktivitätenwahl/Erzeugung
- Die **Gesamtmobilität** (in einer QZG) ist durch die "Summen-Summe" $V = \sum_{ij} V_{ij}$ gegeben

# 6.2 Randsummen und Freiheitsgrade

| | $j=1$ | $j=2$ | $\cdots$ | $j=n$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $i=1$ | $V_{11}$ | $V_{12}$ | $\cdots$ | $V_{1n}$ | |
| $i=2$ | $V_{21}$ | $V_{22}$ | $\cdots$ | $V_{2n}$ | |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | |
| $i=n$ | $V_{n1}$ | $V_{n2}$ | $\cdots$ | $V_{nn}$ | |
| | | | | | |

- Bei $n$ Bezirken gibt es $n^2$ Unbekannte $V_{ij}$ bei $2n-1$ Restriktionen durch die RSB $\Rightarrow$ $(n-1)^2$ Freiheitsgrade
- Warum gibt es $2n-1$ und nicht $2n$ RSB? Da die Summe der Quell- und die der Zielsummen immer gleich der Gesamtmobilität sind
- Harte Randsummen gibt es für Aktivitäten mit vorgegebenen Ort, also W,A,B,K. Damit haben WA, WB, WK (Typ I) und AW, BW, KW (Typ II) harte RSB.
- Andere Aktivitäten wie S,E,F haben weiche bzw freie Randsummen $\Rightarrow$ Lagegunst spielt eine Rolle $\Rightarrow$ gemischte oder weiche RSB

# 6.2 Randsummen und Freiheitsgrade

| | $j=1$ | $j=2$ | $\cdots$ | $j=n$ | $\sum_{j=1}^{n} V_{ij} = Q_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $i=1$ | $V_{11}$ | $V_{12}$ | $\cdots$ | $V_{1n}$ | $Q_1$ |
| $i=2$ | $V_{21}$ | $V_{22}$ | $\cdots$ | $V_{2n}$ | $Q_2$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $i=n$ | $V_{n1}$ | $V_{n2}$ | $\cdots$ | $V_{nn}$ | $Q_n$ |

- Bei $n$ Bezirken gibt es $n^2$ Unbekannte $V_{ij}$ bei $2n-1$ Restriktionen durch die RSB $\Rightarrow$ $(n-1)^2$ Freiheitsgrade
- Warum gibt es $2n-1$ und nicht $2n$ RSB? Da die Summe der Quell- und die der Zielsummen immer gleich der Gesamtmobilität sind
- Harte Randsummen gibt es für Aktivitäten mit vorgegebenen Ort, also W,A,B,K. Damit haben WA, WB, WK (Typ I) und AW, BW, KW (Typ II) harte RSB.
- Andere Aktivitäten wie S,E,F haben weiche bzw freie Randsummen $\Rightarrow$ Lagegunst spielt eine Rolle $\Rightarrow$ gemischte oder weiche RSB

# 6.2 Randsummen und Freiheitsgrade

| | $j=1$ | $j=2$ | $\cdots$ | $j=n$ | $\sum_{j=1}^{n} V_{ij} = Q_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $i=1$ | $V_{11}$ | $V_{12}$ | $\cdots$ | $V_{1n}$ | $Q_1$ |
| $i=2$ | $V_{21}$ | $V_{22}$ | $\cdots$ | $V_{2n}$ | $Q_2$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $i=n$ | $V_{n1}$ | $V_{n2}$ | $\cdots$ | $V_{nn}$ | $Q_n$ |
| $\sum_{i=1}^{n} V_{ij} = Z_j$ | $Z_1$ | $Z_2$ | $\cdots$ | $Z_n$ | |

- Bei $n$ Bezirken gibt es $n^2$ Unbekannte $V_{ij}$ bei $2n-1$ Restriktionen durch die RSB $\Rightarrow$ $(n-1)^2$ Freiheitsgrade

? Warum gibt es $2n-1$ und nicht $2n$ RSB? Da die Summe der Quell- und die der Zielsummen immer gleich der Gesamtmobilität sind

- Harte Randsummen gibt es für Aktivitäten mit vorgegebenen Ort, also W,A,B,K. Damit haben WA, WB, WK (Typ I) und AW, BW, KW (Typ II) harte RSB.
- Andere Aktivitäten wie S,E,F haben weiche bzw freie Randsummen $\Rightarrow$ Lagegunst spielt eine Rolle $\Rightarrow$ gemischte oder weiche RSB

# 6.2 Randsummen und Freiheitsgrade

| | $j=1$ | $j=2$ | $\cdots$ | $j=n$ | $\sum_{j=1}^{n} V_{ij} = Q_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $i=1$ | $V_{11}$ | $V_{12}$ | $\cdots$ | $V_{1n}$ | $Q_1$ |
| $i=2$ | $V_{21}$ | $V_{22}$ | $\cdots$ | $V_{2n}$ | $Q_2$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $i=n$ | $V_{n1}$ | $V_{n2}$ | $\cdots$ | $V_{nn}$ | $Q_n$ |
| $\sum_{i=1}^{n} V_{ij} = Z_j$ | $Z_1$ | $Z_2$ | $\cdots$ | $Z_n$ | $V = \sum_{j=1}^{n} Z_j = \sum_{i=1}^{n} Q_i$ |

- Bei $n$ Bezirken gibt es $n^2$ Unbekannte $V_{ij}$ bei $2n-1$ Restriktionen durch die RSB $\Rightarrow$ $(n-1)^2$ Freiheitsgrade

? Warum gibt es $2n-1$ und nicht $2n$ RSB? Da die Summe der Quell- und die der Zielsummen immer gleich der Gesamtmobilität sind

- Harte Randsummen gibt es für Aktivitäten mit vorgegebenen Ort, also W,A,B,K. Damit haben WA, WB, WK (Typ I) und AW, BW, KW (Typ II) harte RSB.
- Andere Aktivitäten wie S,E,F haben weiche bzw freie Randsummen $\Rightarrow$ Lagegunst spielt eine Rolle $\Rightarrow$ gemischte oder weiche RSB

# 6.2 Randsummen und Freiheitsgrade

| | $j=1$ | $j=2$ | $\cdots$ | $j=n$ | $\sum_{j=1}^{n} V_{ij} = Q_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $i=1$ | $V_{11}$ | $V_{12}$ | $\cdots$ | $V_{1n}$ | $Q_1$ |
| $i=2$ | $V_{21}$ | $V_{22}$ | $\cdots$ | $V_{2n}$ | $Q_2$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $i=n$ | $V_{n1}$ | $V_{n2}$ | $\cdots$ | $V_{nn}$ | $Q_n$ |
| $\sum_{i=1}^{n} V_{ij} = Z_j$ | $Z_1$ | $Z_2$ | $\cdots$ | $Z_n$ | $V = \sum_{j=1}^{n} Z_j = \sum_{i=1}^{n} Q_i$ |

- Bei $n$ Bezirken gibt es $n^2$ Unbekannte $V_{ij}$ bei $2n-1$ Restriktionen durch die RSB $\Rightarrow$ $(n-1)^2$ Freiheitsgrade

? Warum gibt es $2n-1$ und nicht $2n$ RSB? Da die Summe der Quell- und die der Zielsummen immer gleich der Gesamtmobilität sind

- Harte Randsummen gibt es für Aktivitäten mit vorgegebenen Ort, also W,A,B,K. Damit haben WA, WB, WK (Typ I) und AW, BW, KW (Typ II) harte RSB.
- Andere Aktivitäten wie S,E,F haben weiche bzw freie Randsummen $\Rightarrow$ Lagegunst spielt eine Rolle $\Rightarrow$ gemischte oder weiche RSB

# 6.2 Randsummen und Freiheitsgrade

| | $j=1$ | $j=2$ | $\cdots$ | $j=n$ | $\sum_{j=1}^{n} V_{ij} = Q_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $i=1$ | $V_{11}$ | $V_{12}$ | $\cdots$ | $V_{1n}$ | $Q_1$ |
| $i=2$ | $V_{21}$ | $V_{22}$ | $\cdots$ | $V_{2n}$ | $Q_2$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $i=n$ | $V_{n1}$ | $V_{n2}$ | $\cdots$ | $V_{nn}$ | $Q_n$ |
| $\sum_{i=1}^{n} V_{ij} = Z_j$ | $Z_1$ | $Z_2$ | $\cdots$ | $Z_n$ | $V = \sum_{j=1}^{n} Z_j = \sum_{i=1}^{n} Q_i$ |

- Bei $n$ Bezirken gibt es $n^2$ Unbekannte $V_{ij}$ bei $2n-1$ Restriktionen durch die RSB $\Rightarrow$ $(n-1)^2$ Freiheitsgrade

? Warum gibt es $2n-1$ und nicht $2n$ RSB? Da die Summe der Quell- und die der Zielsummen immer gleich der Gesamtmobilität sind

- Harte Randsummen gibt es für Aktivitäten mit vorgegebenen Ort, also W,A,B,K. Damit haben WA, WB, WK (Typ I) und AW, BW, KW (Typ II) harte RSB.
- Andere Aktivitäten wie S,E,F haben **weiche** bzw **freie** Randsummen $\Rightarrow$ **Lagegunst** spielt eine Rolle $\Rightarrow$ gemischte oder weiche RSB

# 6.2 Randsummen und Freiheitsgrade

| | $j=1$ | $j=2$ | $\cdots$ | $j=n$ | $\sum_{j=1}^{n} V_{ij} = Q_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $i=1$ | $V_{11}$ | $V_{12}$ | $\cdots$ | $V_{1n}$ | $Q_1$ |
| $i=2$ | $V_{21}$ | $V_{22}$ | $\cdots$ | $V_{2n}$ | $Q_2$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $i=n$ | $V_{n1}$ | $V_{n2}$ | $\cdots$ | $V_{nn}$ | $Q_n$ |
| $\sum_{i=1}^{n} V_{ij} = Z_j$ | $Z_1$ | $Z_2$ | $\cdots$ | $Z_n$ | $V = \sum_{j=1}^{n} Z_j = \sum_{i=1}^{n} Q_i$ |

- Bei $n$ Bezirken gibt es $n^2$ Unbekannte $V_{ij}$ bei $2n-1$ Restriktionen durch die RSB $\Rightarrow$ $(n-1)^2$ Freiheitsgrade

? Warum gibt es $2n-1$ und nicht $2n$ RSB? Da die Summe der Quell- und die der Zielsummen immer gleich der Gesamtmobilität sind

- Harte Randsummen gibt es für Aktivitäten mit vorgegebenen Ort, also W,A,B,K. Damit haben WA, WB, WK (Typ I) und AW, BW, KW (Typ II) harte RSB.
- Andere Aktivitäten wie S,E,F haben **weiche** bzw **freie** Randsummen $\Rightarrow$ **Lagegunst** spielt eine Rolle $\Rightarrow$ gemischte oder weiche RSB

# 6.2 Randsummen und Freiheitsgrade

| | $j=1$ | $j=2$ | $\cdots$ | $j=n$ | $\sum_{j=1}^{n} V_{ij} = Q_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $i=1$ | $V_{11}$ | $V_{12}$ | $\cdots$ | $V_{1n}$ | $Q_1$ |
| $i=2$ | $V_{21}$ | $V_{22}$ | $\cdots$ | $V_{2n}$ | $Q_2$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $i=n$ | $V_{n1}$ | $V_{n2}$ | $\cdots$ | $V_{nn}$ | $Q_n$ |
| $\sum_{i=1}^{n} V_{ij} = Z_j$ | $Z_1$ | $Z_2$ | $\cdots$ | $Z_n$ | $V = \sum_{j=1}^{n} Z_j = \sum_{i=1}^{n} Q_i$ |

- Bei $n$ Bezirken gibt es $n^2$ Unbekannte $V_{ij}$ bei $2n-1$ Restriktionen durch die RSB $\Rightarrow$ $(n-1)^2$ Freiheitsgrade

? Warum gibt es $2n-1$ und nicht $2n$ RSB? Da die Summe der Quell- und die der Zielsummen immer gleich der Gesamtmobilität sind

- Harte Randsummen gibt es für Aktivitäten mit vorgegebenen Ort, also W,A,B,K. Damit haben WA, WB, WK (Typ I) und AW, BW, KW (Typ II) harte RSB.
- Andere Aktivitäten wie S,E,F haben **weiche** bzw **freie** Randsummen $\Rightarrow$ **Lagegunst** spielt eine Rolle $\Rightarrow$ gemischte oder weiche RSB

# 6.2 Randsummen und Freiheitsgrade

| | $j=1$ | $j=2$ | $\cdots$ | $j=n$ | $\sum_{j=1}^{n} V_{ij} = Q_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $i=1$ | $V_{11}$ | $V_{12}$ | $\cdots$ | $V_{1n}$ | $Q_1$ |
| $i=2$ | $V_{21}$ | $V_{22}$ | $\cdots$ | $V_{2n}$ | $Q_2$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $i=n$ | $V_{n1}$ | $V_{n2}$ | $\cdots$ | $V_{nn}$ | $Q_n$ |
| $\sum_{i=1}^{n} V_{ij} = Z_j$ | $Z_1$ | $Z_2$ | $\cdots$ | $Z_n$ | $V = \sum_{j=1}^{n} Z_j = \sum_{i=1}^{n} Q_i$ |

- Bei $n$ Bezirken gibt es $n^2$ Unbekannte $V_{ij}$ bei $2n-1$ Restriktionen durch die RSB $\Rightarrow$ $(n-1)^2$ Freiheitsgrade

? Warum gibt es $2n-1$ und nicht $2n$ RSB? Da die Summe der Quell- und die der Zielsummen immer gleich der Gesamtmobilität sind

- Harte Randsummen gibt es für Aktivitäten mit vorgegebenen Ort, also W,A,B,K. Damit haben WA, WB, WK (Typ I) und AW, BW, KW (Typ II) harte RSB.
- Andere Aktivitäten wie S,E,F haben **weiche** bzw **freie** Randsummen $\Rightarrow$ **Lagegunst** spielt eine Rolle $\Rightarrow$ gemischte oder weiche RSB

# 6.3 Grundmodell der Verteilung

$$\frac{V_{ij}}{V} := v_{ij} = B_{ij} f_i g_j, \quad B_{ij} = B(W_{ij}) \quad \text{Grundmodell der Verteilung}$$

Die Verkehrsströme sind proportional ...

- zum gesamten täglichen Verkehrsaufkommen $V = \sum_{ij} V_{ij}$ (in der jeweiligen Quelle-Ziel Gruppe)
- zur **Bewertung** $B_{ij}$ des **Widerstands** $W_{ij}$ bzw. der Attraktivität des entsprechenden Weges,
- zu zwei multiplikativen Faktoren $f_i$ und $g_j$, deren Werte sich aus den Quell- und Zielsummen sowie aus der Art der RSB ergeben: **bilineares Modell**

Ohne Wegebewertung ("alle Wege sind gleich attraktiv", $B_{ij} = 1$, **Zufallsmodell**) ergibt sich $f_i = Q_i/V \equiv q_i$ und $g_j = Z_j/V \equiv z_j$: Der Verkehr $V_{ij} = V q_i z_j$ auf Relation $i -> j$ ist dann proportional ...

- zum Gesamtverkehr $V$
- zum Anteil $q_i$ des Verkehrs, der aus Bezirk $i$ kommt
- zum Anteil $z_j$ des Verkehrs, der Bezirk $j$ als Ziel hat

# 6.3 Grundmodell der Verteilung

$$\frac{V_{ij}}{V} := v_{ij} = B_{ij} f_i g_j, \quad B_{ij} = B(W_{ij}) \quad \text{Grundmodell der Verteilung}$$

Die Verkehrsströme sind proportional ...

- zum gesamten täglichen Verkehrsaufkommen $V = \sum_{ij} V_{ij}$ (in der jeweiligen Quelle-Ziel Gruppe)
- zur **Bewertung** $B_{ij}$ des **Widerstands** $W_{ij}$ bzw. der Attraktivität des entsprechenden Weges,
- zu zwei multiplikativen Faktoren $f_i$ und $g_j$, deren Werte sich aus den Quell- und Zielsummen sowie aus der Art der RSB ergeben: **bilineares Modell**

Ohne Wegebewertung ("alle Wege sind gleich attraktiv", $B_{ij} = 1$, **Zufallsmodell**) ergibt sich $f_i = Q_i/V \equiv q_i$ und $g_j = Z_j/V \equiv z_j$: Der Verkehr $V_{ij} = V q_i z_j$ auf Relation $i -> j$ ist dann proportional ...

- zum Gesamtverkehr $V$
- zum Anteil $q_i$ des Verkehrs, der aus Bezirk $i$ kommt
- zum Anteil $z_j$ des Verkehrs, der Bezirk $j$ als Ziel hat

# 6.3 Grundmodell der Verteilung

$$\frac{V_{ij}}{V} := v_{ij} = B_{ij} f_i g_j, \quad B_{ij} = B(W_{ij}) \quad \text{Grundmodell der Verteilung}$$

Die Verkehrsströme sind proportional ...

- zum gesamten täglichen Verkehrsaufkommen $V = \sum_{ij} V_{ij}$ (in der jeweiligen Quelle-Ziel Gruppe)
- zur **Bewertung $B_{ij}$** des **Widerstands $W_{ij}$** bzw. der Attraktivität des entsprechenden Weges,
- zu zwei multiplikativen Faktoren $f_i$ und $g_j$, deren Werte sich aus den Quell- und Zielsummen sowie aus der Art der RSB ergeben: **bilineares Modell**

Ohne Wegebewertung ("alle Wege sind gleich attraktiv", $B_{ij} = 1$, **Zufallsmodell**) ergibt sich $f_i = Q_i/V \equiv q_i$ und $g_j = Z_j/V \equiv z_j$: Der Verkehr $V_{ij} = V q_i z_j$ auf Relation $i -> j$ ist dann proportional ...

- zum Gesamtverkehr $V$
- zum Anteil $q_i$ des Verkehrs, der aus Bezirk $i$ kommt
- zum Anteil $z_j$ des Verkehrs, der Bezirk $j$ als Ziel hat

# 6.3 Grundmodell der Verteilung

$$\frac{V_{ij}}{V} := v_{ij} = B_{ij} f_i g_j, \quad B_{ij} = B(W_{ij}) \quad \text{Grundmodell der Verteilung}$$

Die Verkehrsströme sind proportional ...

- zum gesamten täglichen Verkehrsaufkommen $V = \sum_{ij} V_{ij}$ (in der jeweiligen Quelle-Ziel Gruppe)
- zur **Bewertung $B_{ij}$** des **Widerstands $W_{ij}$** bzw. der Attraktivität des entsprechenden Weges,
- zu zwei multiplikativen Faktoren $f_i$ und $g_j$, deren Werte sich aus den Quell- und Zielsummen sowie aus der Art der RSB ergeben: **bilineares Modell**

Ohne Wegebewertung ("alle Wege sind gleich attraktiv", $B_{ij} = 1$, **Zufallsmodell**) ergibt sich $f_i = Q_i/V \equiv q_i$ und $g_j = Z_j/V \equiv z_j$: Der Verkehr $V_{ij} = V q_i z_j$ auf Relation $i -> j$ ist dann proportional ...

- zum Gesamtverkehr $V$
- zum Anteil $q_i$ des Verkehrs, der aus Bezirk $i$ kommt
- zum Anteil $z_j$ des Verkehrs, der Bezirk $j$ als Ziel hat

# 6.4 Widerstand und Wegebewertung

## Widerstandsfunktion

Der **Widerstand** eines Weges von $i$ nach $j$ ist eine lineare Funktion der Einflussfaktoren für die Attraktivität, insbesondere die Reisezeit und/oder die Entfernung

? Geben Sie weitere Faktoren an!

! 
- *Ad-hoc*- Kosten,
- Opportunität ("kann ich andere Aufgaben gleich miterledigen?")
- Flexibilität (räumlich, zeitlich)
- Sicherheit,
- Zuverlässigkeit,
- Bequemlichkeit

? Was ist bis auf die Entfernung bei allen weiteren Kriterien das Problem? Sie hängen stark vom Verkehrsmodus ab, der noch nicht gewählt ist (⇒ Vorlesung 07)

? Welches grundlegende Problem tritt demzufolge auf, wenn man, wie hier, erst das Ziel und dann das Verkehrsmittel bestimmt? Henne-Ei-Problem: Wie will ich bestes Ziel bestimmen, wenn dieses vom Verkehrsmittel abhängt? Lösung: Gleichzeitig bestimmen

# 6.4 Widerstand und Wegebewertung

## Widerstandsfunktion

Der **Widerstand** eines Weges von $i$ nach $j$ ist eine lineare Funktion der Einflussfaktoren für die Attraktivität, insbesondere die Reisezeit und/oder die Entfernung

**?** Geben Sie weitere Faktoren an!

**!**
- *Ad-hoc*- Kosten,
- Opportunität ("kann ich andere Aufgaben gleich miterledigen?")
- Flexibilität (räumlich, zeitlich),
- Sicherheit,
- Zuverlässigkeit,
- Bequemlichkeit

**?** Was ist bis auf die Entfernung bei allen weiteren Kriterien das Problem? Sie hängen stark vom Verkehrsmodus ab, der noch nicht gewählt ist (⇒ Vorlesung 07)

**?** Welches grundlegende Problem tritt demzufolge auf, wenn man, wie hier, erst das Ziel und dann das Verkehrsmittel bestimmt? Henne-Ei-Problem: Wie will ich bestes Ziel bestimmen, wenn dieses vom Verkehrsmittel abhängt? Lösung: Gleichzeitig bestimmen

# 6.4 Widerstand und Wegebewertung

## Widerstandsfunktion

Der **Widerstand** eines Weges von $i$ nach $j$ ist eine lineare Funktion der Einflussfaktoren für die Attraktivität, insbesondere die Reisezeit und/oder die Entfernung

? Geben Sie weitere Faktoren an!

! 
- *Ad-hoc*- Kosten,
- Opportunität ("kann ich andere Aufgaben gleich miterledigen?")
- Flexibilität (räumlich, zeitlich),
- Sicherheit,
- Zuverlässigkeit,
- Bequemlichkeit

? Was ist bis auf die Entfernung bei allen weiteren Kriterien das Problem? Sie hängen stark vom Verkehrsmodus ab, der noch nicht gewählt ist (⇒ Vorlesung 07)

? Welches grundlegende Problem tritt demzufolge auf, wenn man, wie hier, erst das Ziel und dann das Verkehrsmittel bestimmt? Henne-Ei-Problem: Wie will ich bestes Ziel bestimmen, wenn dieses vom Verkehrsmittel abhängt? Lösung: Gleichzeitig bestimmen

# 6.4 Widerstand und Wegebewertung

## Widerstandsfunktion

Der **Widerstand** eines Weges von $i$ nach $j$ ist eine lineare Funktion der Einflussfaktoren für die Attraktivität, insbesondere die Reisezeit und/oder die Entfernung

? Geben Sie weitere Faktoren an!

! 
- *Ad-hoc*- Kosten,
- Opportunität ("kann ich andere Aufgaben gleich miterledigen?")
- Flexibilität (räumlich, zeitlich),
- Sicherheit,
- Zuverlässigkeit,
- Bequemlichkeit

? Was ist bis auf die Entfernung bei allen weiteren Kriterien das Problem? Sie hängen stark vom Verkehrsmodus ab, der noch nicht gewählt ist ($\Rightarrow$ Vorlesung 07)

? Welches grundlegende Problem tritt demzufolge auf, wenn man, wie hier, erst das Ziel und dann das Verkehrsmittel bestimmt? Henne-Ei-Problem: Wie will ich bestes Ziel bestimmen, wenn dieses vom Verkehrsmitel abhängt? Lösung: Gleichzeitig bestimmen

# 6.4 Widerstand und Wegebewertung

## Widerstandsfunktion

Der **Widerstand** eines Weges von $i$ nach $j$ ist eine lineare Funktion der Einflussfaktoren für die Attraktivität, insbesondere die Reisezeit und/oder die Entfernung

? Geben Sie weitere Faktoren an!

! 
- *Ad-hoc*- Kosten,
- Opportunität ("kann ich andere Aufgaben gleich miterledigen?")
- Flexibilität (räumlich, zeitlich),
- Sicherheit,
- Zuverlässigkeit,
- Bequemlichkeit

? Was ist bis auf die Entfernung bei allen weiteren Kriterien das Problem? Sie hängen stark vom Verkehrsmodus ab, der noch nicht gewählt ist ($\Rightarrow$ Vorlesung 07)

? Welches grundlegende Problem tritt demzufolge auf, wenn man, wie hier, erst das Ziel und dann das Verkehrsmittel bestimmt? Henne-Ei-Problem: Wie will ich bestes Ziel bestimmen, wenn dieses vom Verkehrsmitel abhängt? Lösung: Gleichzeitig bestimmen

# 6.4 Widerstand und Wegebewertung

## Widerstandsfunktion

Der **Widerstand** eines Weges von $i$ nach $j$ ist eine lineare Funktion der Einflussfaktoren für die Attraktivität, insbesondere die Reisezeit und/oder die Entfernung

**?** Geben Sie weitere Faktoren an!

**!**
- *Ad-hoc*- Kosten,
- Opportunität ("kann ich andere Aufgaben gleich miterledigen?")
- Flexibilität (räumlich, zeitlich),
- Sicherheit,
- Zuverlässigkeit,
- Bequemlichkeit

**?** Was ist bis auf die Entfernung bei allen weiteren Kriterien das Problem? Sie hängen stark vom Verkehrsmodus ab, der noch nicht gewählt ist ($\Rightarrow$ Vorlesung 07)

**?** Welches grundlegende Problem tritt demzufolge auf, wenn man, wie hier, erst das Ziel und dann das Verkehrsmittel bestimmt? Henne-Ei-Problem: Wie will ich bestes Ziel bestimmen, wenn dieses vom Verkehrsmitel abhängt? Lösung: Gleichzeitig bestimmen

# 6.4 Widerstand und Wegebewertung

## Widerstandsfunktion

Der **Widerstand** eines Weges von $i$ nach $j$ ist eine lineare Funktion der Einflussfaktoren für die Attraktivität, insbesondere die Reisezeit und/oder die Entfernung

**?** Geben Sie weitere Faktoren an!

**!**
- *Ad-hoc*- Kosten,
- Opportunität ("kann ich andere Aufgaben gleich miterledigen?")
- Flexibilität (räumlich, zeitlich),
- Sicherheit,
- Zuverlässigkeit,
- Bequemlichkeit

**?** Was ist bis auf die Entfernung bei allen weiteren Kriterien das Problem? Sie hängen stark vom Verkehrsmodus ab, der noch nicht gewählt ist ($\Rightarrow$ Vorlesung 07)

**?** Welches grundlegende Problem tritt demzufolge auf, wenn man, wie hier, erst das Ziel und dann das Verkehrsmittel bestimmt? Henne-Ei-Problem: Wie will ich bestes Ziel bestimmen, wenn dieses vom Verkehrsmitel abhängt? Lösung: Gleichzeitig bestimmen

# 6.4 Widerstand und Wegebewertung

## Widerstandsfunktion

Der **Widerstand** eines Weges von $i$ nach $j$ ist eine lineare Funktion der Einflussfaktoren für die Attraktivität, insbesondere die Reisezeit und/oder die Entfernung

? Geben Sie weitere Faktoren an!

! 
- *Ad-hoc*- Kosten,
- Opportunität ("kann ich andere Aufgaben gleich miterledigen?")
- Flexibilität (räumlich, zeitlich),
- Sicherheit,
- Zuverlässigkeit,
- Bequemlichkeit

? Was ist bis auf die Entfernung bei allen weiteren Kriterien das Problem? Sie hängen stark vom Verkehrsmodus ab, der noch nicht gewählt ist ($\Rightarrow$ Vorlesung 07)

? Welches grundlegende Problem tritt demzufolge auf, wenn man, wie hier, erst das Ziel und dann das Verkehrsmittel bestimmt? Henne-Ei-Problem: Wie will ich bestes Ziel bestimmen, wenn dieses vom Verkehrsmitel abhängt? Lösung: Gleichzeitig bestimmen

# 6.4 Widerstand und Wegebewertung

## Widerstandsfunktion

Der **Widerstand** eines Weges von $i$ nach $j$ ist eine lineare Funktion der Einflussfaktoren für die Attraktivität, insbesondere die Reisezeit und/oder die Entfernung

**?** Geben Sie weitere Faktoren an!

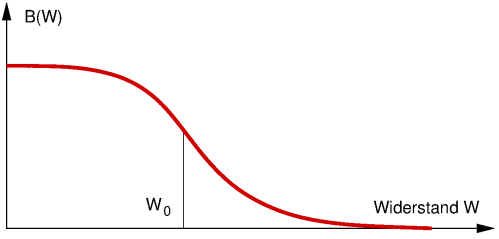
**!**
- *Ad-hoc*- Kosten,
- Opportunität ("kann ich andere Aufgaben gleich miterledigen?")
- Flexibilität (räumlich, zeitlich),
- Sicherheit,
- Zuverlässigkeit,
- Bequemlichkeit

**?** Was ist bis auf die Entfernung bei allen weiteren Kriterien das Problem? Sie hängen stark vom Verkehrsmodus ab, der noch nicht gewählt ist ($\Rightarrow$ Vorlesung 07)

**?** Welches grundlegende Problem tritt demzufolge auf, wenn man, wie hier, erst das Ziel und dann das Verkehrsmittel bestimmt? Henne-Ei-Problem: Wie will ich bestes Ziel bestimmen, wenn dieses vom Verkehrsmitel abhängt? Lösung: Gleichzeitig bestimmen

# Wegebewertung

Die **Bewertung $B(W)$** ist eine i.A. nichtlineare Funktion des Widerstandes




- Häufig verwendete Funktionen sind $B(W) = e^{-W} \Rightarrow$ **Wilson-Modell** und $B(W) = \min[1, (W_0/W)^E] \Rightarrow$ **klassisches Gravitationsodell**

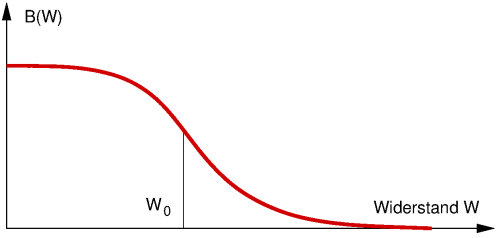
? Warum kann man immer $B(0) = 1$ setzen? Da $B$ nur einen Proportionalitätsfaktor darstellt

? Welche Plausibilitätsanforderungen sind an $B(W)$ zu stellen? $B(0) = 1$, $B'(W) \leq 0$, $\lim_{W \to \infty} B(W) = 0$

? Checken Sie die Plausibilitätsbedingungen des Wilson- und des klassischen Gravitationsmodells. Warum erfüllt das Zufallsmodell diese nicht?

# Wegebewertung

Die **Bewertung $B(W)$** ist eine i.A. nichtlineare Funktion des Widerstandes




- Häufig verwendete Funktionen sind $B(W) = e^{-W} \Rightarrow$ **Wilson-Modell** und $B(W) = \min[1, (W_0/W)^E] \Rightarrow$ **klassisches Gravitationsodell**

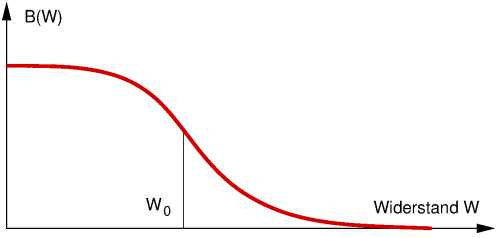
? Warum kann man immer $B(0) = 1$ setzen? Da $B$ nur einen Proportionalitätsfaktor darstellt

? Welche Plausibilitätsanforderungen sind an $B(W)$ zu stellen? $B(0) = 1$, $B'(W) \leq 0$, $\lim_{W \to \infty} B(W) = 0$

? Checken Sie die Plausibilitätsbedingungen des Wilson- und des klassischen Gravitationsmodells. Warum erfüllt das Zufallsmodell diese nicht?

# Wegebewertung

Die **Bewertung $B(W)$** ist eine i.A. nichtlineare Funktion des Widerstandes




- Häufig verwendete Funktionen sind $B(W) = e^{-W} \Rightarrow$ **Wilson-Modell** und $B(W) = \min[1, (W_0/W)^E] \Rightarrow$ **klassisches Gravitationsodell**

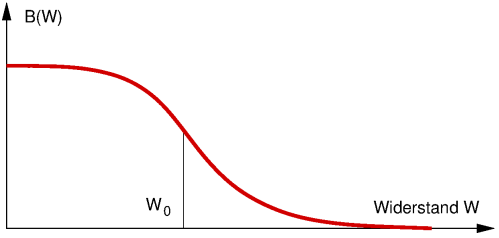
? Warum kann man immer $B(0) = 1$ setzen? Da $B$ nur einen Proportionalitätsfaktor darstellt

? Welche Plausibilitätsanforderungen sind an $B(W)$ zu stellen? $B(0) = 1$, $B'(W) \leq 0$, $\lim_{W \to \infty} B(W) = 0$

? Checken Sie die Plausibilitätsbedingungen des Wilson- und des klassischen Gravitationsmodells. Warum erfüllt das Zufallsmodell diese nicht?

# Wegebewertung

Die **Bewertung $B(W)$** ist eine i.A. nichtlineare Funktion des Widerstandes




- Häufig verwendete Funktionen sind $B(W) = e^{-W} \Rightarrow$ **Wilson-Modell** und $B(W) = \min[1, (W_0/W)^E] \Rightarrow$ **klassisches Gravitationsodell**

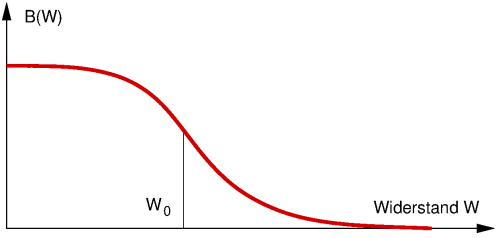
? Warum kann man immer $B(0) = 1$ setzen? Da $B$ nur einen Proportionalitätsfaktor darstellt

? Welche Plausibilitätsanforderungen sind an $B(W)$ zu stellen? $B(0) = 1$, $B'(W) \leq 0$, $\lim_{W \to \infty} B(W) = 0$

? Checken Sie die Plausibilitätsbedingungen des Wilson- und des kassischen Gravitationsmodells. Warum erfüllt das Zufallsmodell diese nicht?

# Wegebewertung

Die **Bewertung $B(W)$** ist eine i.A. nichtlineare Funktion des Widerstandes




- Häufig verwendete Funktionen sind $B(W) = e^{-W} \Rightarrow$ **Wilson-Modell** und $B(W) = \min[1, (W_0/W)^E] \Rightarrow$ **klassisches Gravitationsodell**

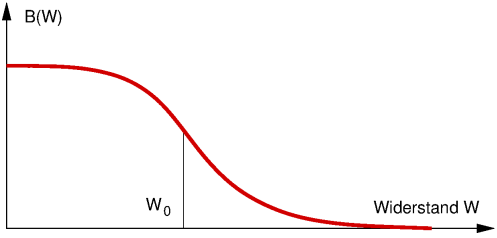
? Warum kann man immer $B(0) = 1$ setzen? Da $B$ nur einen Proportionalitätsfaktor darstellt

? Welche Plausibilitätsanforderungen sind an $B(W)$ zu stellen? $B(0) = 1$, $B'(W) \leq 0$, $\lim_{W \to \infty} B(W) = 0$

? Checken Sie die Plausibilitätsbedingungen des Wilson- und des kassischen Gravitationsmodells. Warum erfüllt das Zufallsmodell diese nicht?

# Wegebewertung

Die **Bewertung $B(W)$** ist eine i.A. nichtlineare Funktion des Widerstandes




- Häufig verwendete Funktionen sind $B(W) = e^{-W} \Rightarrow$ **Wilson-Modell** und $B(W) = \min[1, (W_0/W)^E] \Rightarrow$ **klassisches Gravitationsodell**

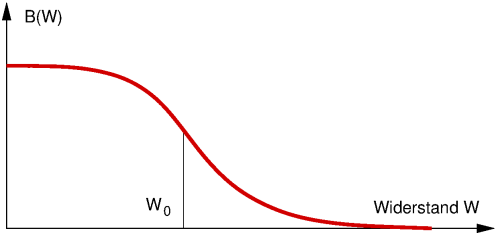
? Warum kann man immer $B(0) = 1$ setzen? Da $B$ nur einen Proportionalitätsfaktor darstellt

? Welche Plausibilitätsanforderungen sind an $B(W)$ zu stellen? $B(0) = 1$, $B'(W) \leq 0$, $\lim_{W \to \infty} B(W) = 0$

? Checken Sie die Plausibilitätsbedingungen des Wilson- und des kassischen Gravitationsmodells. Warum erfüllt das Zufallsmodell diese nicht?

# Wegebewertung

Die **Bewertung $B(W)$** ist eine i.A. nichtlineare Funktion des Widerstandes




- Häufig verwendete Funktionen sind $B(W) = e^{-W} \Rightarrow$ **Wilson-Modell** und $B(W) = \min[1, (W_0/W)^E] \Rightarrow$ **klassisches Gravitationsodell**

? Warum kann man immer $B(0) = 1$ setzen? Da $B$ nur einen Proportionalitätsfaktor darstellt

? Welche Plausibilitätsanforderungen sind an $B(W)$ zu stellen? $B(0) = 1$, $B'(W) \leq 0$, $\lim_{W \to \infty} B(W) = 0$

? Checken Sie die Plausibilitätsbedingungen des Wilson- und des kassischen Gravitationsmodells. Warum erfüllt das Zufallsmodell diese nicht?

## Lagegunst der Bezirke

$$L_i = \frac{1}{2V} \sum_j (B_{ij} Z_j + B_{ji} Q_j)$$

Diese Maßzahl für die Lagegunst des Bezirks $i$ geht von 0 ("in the middle of nowhere") bis 1 (Zentralbezirk, "da brummt der Bär"). Machen Sie sich die Formel und den Wertebereich von 0 bis 1 plausibel Erster Term Ziel-, zweiter Term Quell-Lagegunst; $B_{ij} \leq 1$ und $V = \sum_j Q_j = \sum_j Z_j$

- Analog kann man Lagegunstfaktoren nur für den hereinkommenden und herausgehenden Verkehr definieren: $L_j^{\text{ein}} = \frac{1}{V} \sum_i B_{ij} Q_i$ sowie $L_i^{\text{aus}} = \frac{1}{V} \sum_j B_{ij} Z_j$
- Wichtig für die flexiblen Aktivitäten wie E,F,S. Attraktive Bezirke bekommen in den entsprechenden QZG mehr Wege ab, als es ihren Quell- bzw. Zielsummen entspricht

7. Welcher Bezirk hat im abgebildeten Untersuchungsgebiet eine eher schlechte Lagegunst?

## Lagegunst der Bezirke

$$L_i = \frac{1}{2V} \sum_j (B_{ij} Z_j + B_{ji} Q_j)$$

Diese Maßzahl für die Lagegunst des Bezirks $i$ geht von 0 ("in the middle of nowhere") bis 1 (Zentralbezirk, "da brummt der Bär"). Machen Sie sich die Formel und den Wertebereich von 0 bis 1 plausibel Erster Term Ziel-, zweiter Term Quell-Lagegunst; $B_{ij} \leq 1$ und $V = \sum_j Q_j = \sum_j Z_j$

- Analog kann man Lagegunstfaktoren nur für den hereinkommenden und herausgehenden Verkehr definieren: $L_j^{\text{ein}} = \frac{1}{V} \sum_i B_{ij} Q_i$ sowie $L_i^{\text{aus}} = \frac{1}{V} \sum_j B_{ij} Z_j$
- Wichtig für die flexiblen Aktivitäten wie E,F,S. Attraktive Bezirke bekommen in den entsprechenden QZG mehr Wege ab, als es ihren Quell- bzw. Zielsummen entspricht

? Welcher Bezirk hat im abgebildeten Untersuchungsgebiet eine eher schlechte Lagegunst?

## Lagegunst der Bezirke

$$L_i = \frac{1}{2V} \sum_j (B_{ij} Z_j + B_{ji} Q_j)$$

Diese Maßzahl für die Lagegunst des Bezirks $i$ geht von 0 ("in the middle of nowhere") bis 1 (Zentralbezirk, "da brummt der Bär"). Machen Sie sich die Formel und den Wertebereich von 0 bis 1 plausibel Erster Term Ziel-, zweiter Term Quell-Lagegunst; $B_{ij} \leq 1$ und $V = \sum_j Q_j = \sum_j Z_j$

- Analog kann man Lagegunstfaktoren nur für den hereinkommenden und herausgehenden Verkehr definieren: $L_j^{\text{ein}} = \frac{1}{V} \sum_i B_{ij} Q_i$ sowie $L_i^{\text{aus}} = \frac{1}{V} \sum_j B_{ij} Z_j$
- Wichtig für die flexiblen Aktivitäten wie E,F,S. Attraktive Bezirke bekommen in den entsprechenden QZG mehr Wege ab, als es ihren Quell- bzw. Zielsummen entspricht

? Welcher Bezirk hat im abgebildeten Untersuchungsgebiet eine eher schlechte Lagegunst?

## Lagegunst der Bezirke

$$L_i = \frac{1}{2V} \sum_j (B_{ij} Z_j + B_{ji} Q_j)$$

Diese Maßzahl für die Lagegunst des Bezirks $i$ geht von 0 ("in the middle of nowhere") bis 1 (Zentralbezirk, "da brummt der Bär"). Machen Sie sich die Formel und den Wertebereich von 0 bis 1 plausibel Erster Term Ziel-, zweiter Term Quell-Lagegunst; $B_{ij} \leq 1$ und $V = \sum_j Q_j = \sum_j Z_j$

- Analog kann man Lagegunstfaktoren nur für den hereinkommenden und herausgehenden Verkehr definieren: $L_j^{\text{ein}} = \frac{1}{V} \sum_i B_{ij} Q_i$ sowie $L_i^{\text{aus}} = \frac{1}{V} \sum_j B_{ij} Z_j$
- Wichtig für die flexiblen Aktivitäten wie E,F,S. Attraktive Bezirke bekommen in den entsprechenden QZG mehr Wege ab, als es ihren Quell- bzw. Zielsummen entspricht

? Welcher Bezirk hat im abgebildeten Untersuchungsgebiet eine eher schlechte Lagegunst?

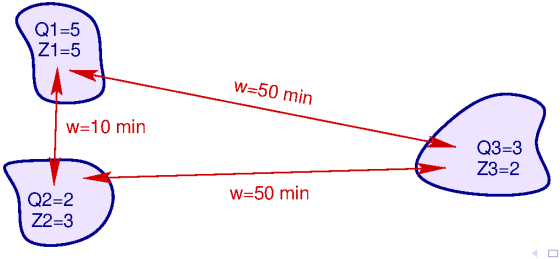
## Lagegunst der Bezirke

$$L_i = \frac{1}{2V} \sum_j (B_{ij} Z_j + B_{ji} Q_j)$$

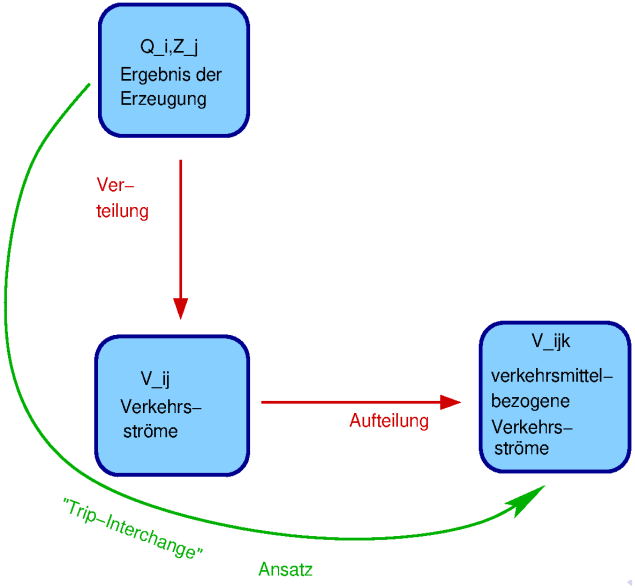
Diese Maßzahl für die Lagegunst des Bezirks $i$ geht von 0 ("in the middle of nowhere") bis 1 (Zentralbezirk, "da brummt der Bär"). Machen Sie sich die Formel und den Wertebereich von 0 bis 1 plausibel Erster Term Ziel-, zweiter Term Quell-Lagegunst; $B_{ij} \leq 1$ und $V = \sum_j Q_j = \sum_j Z_j$

- Analog kann man Lagegunstfaktoren nur für den hereinkommenden und herausgehenden Verkehr definieren: $L_j^{\text{ein}} = \frac{1}{V} \sum_i B_{ij} Q_i$ sowie $L_i^{\text{aus}} = \frac{1}{V} \sum_j B_{ij} Z_j$
- Wichtig für die flexiblen Aktivitäten wie E,F,S. Attraktive Bezirke bekommen in den entsprechenden QZG mehr Wege ab, als es ihren Quell- bzw. Zielsummen entspricht

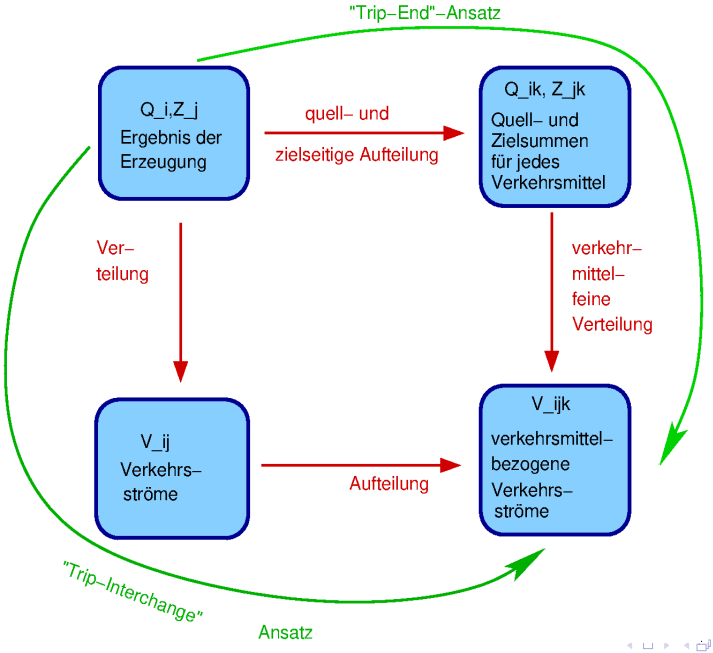
? Welcher Bezirk hat im abgebildeten Untersuchungsgebiet eine eher schlechte Lagegunst?



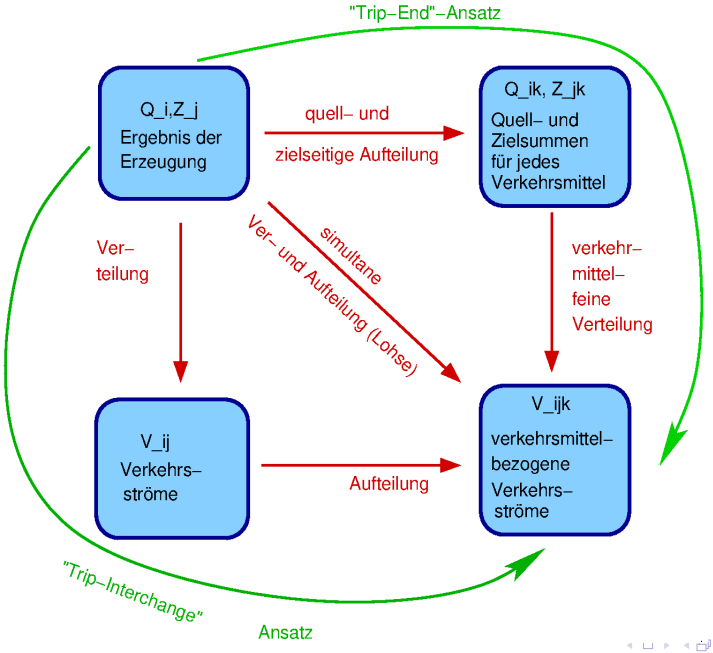
# 6.5 Reihenfolge der Ziel- und Verkehrsmittelwahl



# 6.5 Reihenfolge der Ziel- und Verkehrsmittelwahl



# 6.5 Reihenfolge der Ziel- und Verkehrsmittelwahl



# Das Henne-Ei-Problem

- **Trip-Interchange-Ansatz**: Erst Ziel-, dann Verkehrsmittelwahl (wie in dieser VL)
- **Trip-End-Ansatz**: Erst Verkehrsmittelwahl, dann Zielwahl
- **Simultane Ziel- und Verkehrsmittelwahl**:
  - Ebenso wie die Zielwahl baut die Verkehrsmittelwahl auf Zeiten, Kosten, Flexibilität usw auf $\Rightarrow$ beschreibe sie einheitlich mit derselben Methodik $\Rightarrow$ VS-Matrizen $V_{ijk}$
  - Die RSB werden dann zu $\sum_j \sum_k V_{ijk} = Q_i$ usw.
  - Das Wilson-Modell wird dann zum **Multinomial-Logit-Modell (MNL)**

Beschreiben Sie das "Henne-Ei-Problem" bei den ersten beiden Ansätzen

- Trip-Interchange: Bei der Berechnung der Widerstände zu den Zielen ist die Reisezeit wichtig, diese hängt aber stark vom noch unbekannten Modus ab
- Trip-End: Die Verkehrsmittelwahl hängt stark vom Zielbezirk, insbesondere von dessen Entfernung zum Startbezirk ab. Das Ziel ist aber noch unbekannt

# Das Henne-Ei-Problem

- **Trip-Interchange-Ansatz**: Erst Ziel-, dann Verkehrsmittelwahl (wie in dieser VL)
- **Trip-End-Ansatz**: Erst Verkehrsmittelwahl, dann Zielwahl
- **Simultane Ziel- und Verkehrsmittelwahl**:
  - Ebenso wie die Zielwahl baut die Verkehrsmittelwahl auf Zeiten, Kosten, Flexibilität usw auf $\Rightarrow$ beschreibe sie einheitlich mit derselben Methodik $\Rightarrow$ VS-Matrizen $V_{ijk}$
  - Die RSB werden dann zu $\sum_j \sum_k V_{ijk} = Q_i$ usw.
  - Das Wilson-Modell wird dann zum **Multinomial-Logit-Modell (MNL)**

Beschreiben Sie das "Henne-Ei-Problem" bei den ersten beiden Ansätzen

- Trip-Interchange: Bei der Berechnung der Widerstände zu den Zielen ist die Reisezeit wichtig, diese hängt aber stark vom noch unbekannten Modus ab
- Trip-End: Die Verkehrsmittelwahl hängt stark vom Zielbezirk, insbesondere von dessen Entfernung zum Startbezirk ab. Das Ziel ist aber noch unbekannt

# Das Henne-Ei-Problem

- **Trip-Interchange-Ansatz**: Erst Ziel-, dann Verkehrsmittelwahl (wie in dieser VL)
- **Trip-End-Ansatz**: Erst Verkehrsmittelwahl, dann Zielwahl
- **Simultane Ziel- und Verkehrsmittelwahl**:
  - Ebenso wie die Zielwahl baut die Verkehrsmittelwahl auf Zeiten, Kosten, Flexibilität usw auf $\Rightarrow$ beschreibe sie einheitlich mit derselben Methodik $\Rightarrow$ VS-Matrizen $V_{ijk}$
  - Die RSB werden dann zu $\sum_j \sum_k V_{ijk} = Q_i$ usw.
  - Das Wilson-Modell wird dann zum **Multinomial-Logit-Modell (MNL)**

Beschreiben Sie das "Henne-Ei-Problem" bei den ersten beiden Ansätzen

- Trip-Interchange: Bei der Berechnung der Widerstände zu den Zielen ist die Reisezeit wichtig, diese hängt aber stark vom noch unbekannten Modus ab
- Trip-End: Die Verkehrsmittelwahl hängt stark vom Zielbezirk, insbesondere von dessen Entfernung zum Startbezirk ab. Das Ziel ist aber noch unbekannt

# Das Henne-Ei-Problem

- **Trip-Interchange-Ansatz**: Erst Ziel-, dann Verkehrsmittelwahl (wie in dieser VL)
- **Trip-End-Ansatz**: Erst Verkehrsmittelwahl, dann Zielwahl
- **Simultane Ziel- und Verkehrsmittelwahl**:
  - Ebenso wie die Zielwahl baut die Verkehrsmittelwahl auf Zeiten, Kosten, Flexibilität usw auf $\Rightarrow$ beschreibe sie einheitlich mit derselben Methodik $\Rightarrow$ VS-Matrizen $V_{ijk}$
  - Die RSB werden dann zu $\sum_j \sum_k V_{ijk} = Q_i$ usw.
  - Das Wilson-Modell wird dann zum **Multinomial-Logit-Modell (MNL)**

Beschreiben Sie das "Henne-Ei-Problem" bei den ersten beiden Ansätzen

- Trip-Interchange: Bei der Berechnung der Widerstände zu den Zielen ist die Reisezeit wichtig, diese hängt aber stark vom noch unbekannten Modus ab
- Trip-End: Die Verkehrsmittelwahl hängt stark vom Zielbezirk, insbesondere von dessen Entfernung zum Startbezirk ab. Das Ziel ist aber noch unbekannt

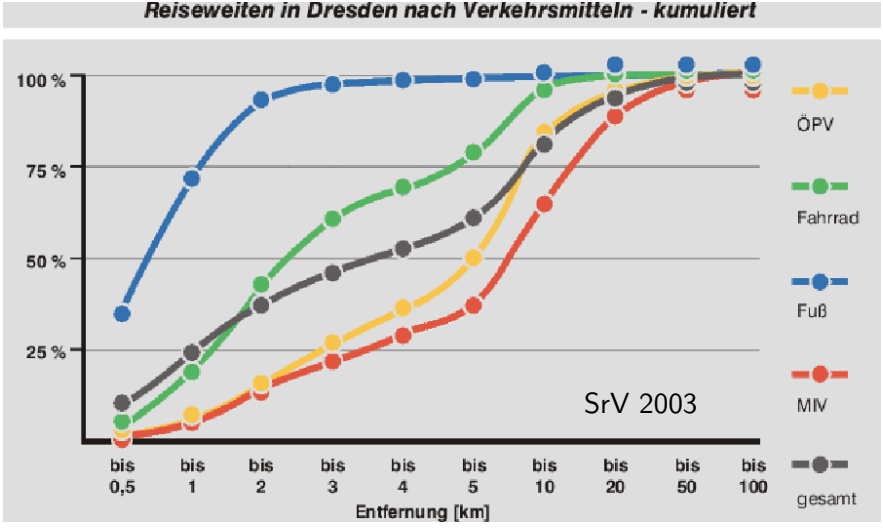
# Das Henne-Ei-Problem

- **Trip-Interchange-Ansatz**: Erst Ziel-, dann Verkehrsmittelwahl (wie in dieser VL)
- **Trip-End-Ansatz**: Erst Verkehrsmittelwahl, dann Zielwahl
- **Simultane Ziel- und Verkehrsmittelwahl**:
  - Ebenso wie die Zielwahl baut die Verkehrsmittelwahl auf Zeiten, Kosten, Flexibilität usw auf $\Rightarrow$ beschreibe sie einheitlich mit derselben Methodik $\Rightarrow$ VS-Matrizen $V_{ijk}$
  - Die RSB werden dann zu $\sum_j \sum_k V_{ijk} = Q_i$ usw.
  - Das Wilson-Modell wird dann zum **Multinomial-Logit-Modell (MNL)**

Beschreiben Sie das "Henne-Ei-Problem" bei den ersten beiden Ansätzen

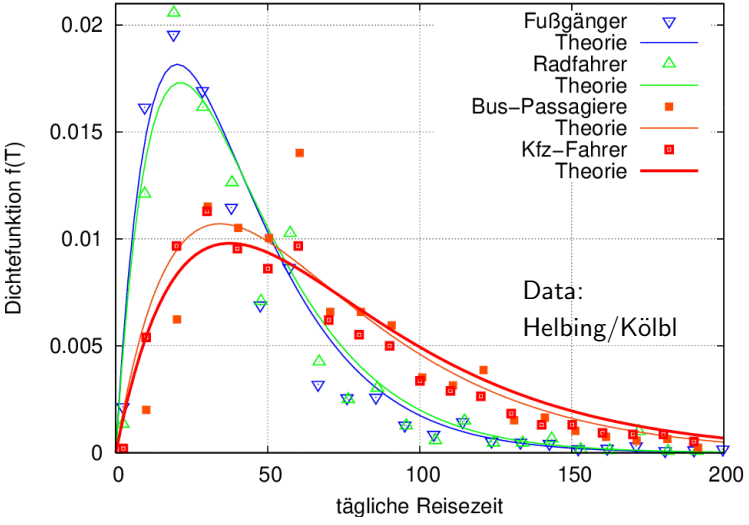
- Trip-Interchange: Bei der Berechnung der Widerstände zu den Zielen ist die Reisezeit wichtig, diese hängt aber stark vom noch unbekannten Modus ab
- Trip-End: Die Verkehrsmittelwahl hängt stark vom Zielbezirk, insbesondere von dessen Entfernung zum Startbezirk ab. Das Ziel ist aber noch unbekannt

# Empirie: Beispiel der entfernungsabhängigen Häufigkeit




⇒ zurück zu Wilson-Modell

# Größerer Datensatz




⇒ zurück zu Wilson-Modell

# 6.6. Konkrete Modelle

## 1. Zufallsmodell: $B(W) = 1$

- Die Weglänge oder andere Widerstandsfaktoren spielen keine Rolle
- Nur für sehr kleine Untersuchungsgebiete und als akademische Spielerei
- Einziges Modell, in welchem unabhängig von der Art der RSB immer eine analytische Lösung vorliegt:

$$v_{ij} = \frac{V_{ij}}{V} = q_i z_j$$

? Stellen Sie einen Bezug zur statistischen Unabhängigkeit von Ereignissen dar!

! Da die $q_i$ und $z_j$ relative Quell- und Zielsummen darstellen bzw ("Gesetz der großen Zahlen") die Wahrscheinlichkeit, dass im Untersuchungsgebiet eine Fahrt von Bezirk $i$ beginnt bzw in $j$ endet, entspricht $v_{ij} = q_i z_j$ direkt der Definition der statistischen Unabhängigkeit: Wahrscheinlichkeit $v_{ij}$ eines Weges von $i$ nach $j$ gleich des Produktes der Einzelereignisse "Start von $i$" und "Ziel in $j$"

# 6.6. Konkrete Modelle

## 1. Zufallsmodell: $B(W) = 1$

- Die Weglänge oder andere Widerstandsfaktoren spielen keine Rolle
- Nur für sehr kleine Untersuchungsgebiete und als akademische Spielerei
- Einziges Modell, in welchem unabhängig von der Art der RSB immer eine analytische Lösung vorliegt:

$$v_{ij} = \frac{V_{ij}}{V} = q_i z_j$$

? Stellen Sie einen Bezug zur statistischen Unabhängigkeit von Ereignissen dar!

! Da die $q_i$ und $z_j$ relative Quell- und Zielsummen darstellen bzw ("Gesetz der großen Zahlen") die Wahrscheinlichkeit, dass im Untersuchungsgebiet eine Fahrt von Bezirk $i$ beginnt bzw in $j$ endet, entspricht $v_{ij} = q_i z_j$ direkt der Definition der statistischen Unabhängigkeit: Wahrscheinlichkeit $v_{ij}$ eines Weges von $i$ nach $j$ gleich des Produktes der Einzelereignisse "Start von $i$" und "Ziel in $j$"

# 6.6. Konkrete Modelle

## 1. Zufallsmodell: $B(W) = 1$

- Die Weglänge oder andere Widerstandsfaktoren spielen keine Rolle
- Nur für sehr kleine Untersuchungsgebiete und als akademische Spielerei
- Einziges Modell, in welchem unabhängig von der Art der RSB immer eine analytische Lösung vorliegt:

$$v_{ij} = \frac{V_{ij}}{V} = q_i z_j$$

? Stellen Sie einen Bezug zur statistischen Unabhängigkeit von Ereignissen dar!

! Da die $q_i$ und $z_j$ relative Quell- und Zielsummen darstellen bzw ("Gesetz der großen Zahlen") die Wahrscheinlichkeit, dass im Untersuchungsgebiet eine Fahrt von Bezirk $i$ beginnt bzw in $j$ endet, entspricht $v_{ij} = q_i z_j$ direkt der Definition der statistischen Unabhängigkeit: Wahrscheinlichkeit $v_{ij}$ eines Weges von $i$ nach $j$ gleich des Produktes der Einzelereignisse "Start von $i$" und "Ziel in $j$"

# Konkrete Modelle 2: Klassisches Gravitationsmodell

$$B(W) = \min\left[1, \left(\frac{W_0}{W}\right)^E\right]$$ **Gravitationsmodell**

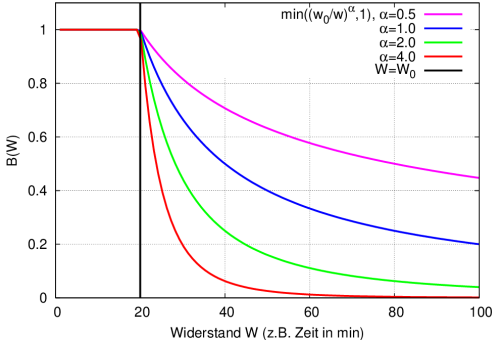
Der Name stammt vom Gravitationsgesetz der Physik $F_{\text{grav}} = \frac{\gamma m_1 m_2}{r^2}$ (Spezialfall $E = 2$)

? Stellen Sie den Bezug zwischen dem Gravitationsmodell und dem Gravitationsgesetz dar!

! Klassische Gravitation mit $\gamma = 1$ ergibt sich für $E = 2$, Widerstand gleich Entfernung und ohne die Beschränkung auf $\leq 1$. Die beiden Massen kann man grob mit den Quell- und Zielsummen vergleichen, die in der allgemeinen Lösung $\bar{n}_{ij} = f_{ij} g_j B(W_{ij})$ die dominante Rolle spielen (s.u.)

# Konkrete Modelle 2: Klassisches Gravitationsmodell

$$B(W) = \min\left[1, \left(\frac{W_0}{W}\right)^E\right] \quad \textbf{Gravitationsmodell}$$




Zwei Parameter:

- Exponent $E$
- kritischer Widerstand $W_0$, ab der die Bewertung abnimmt

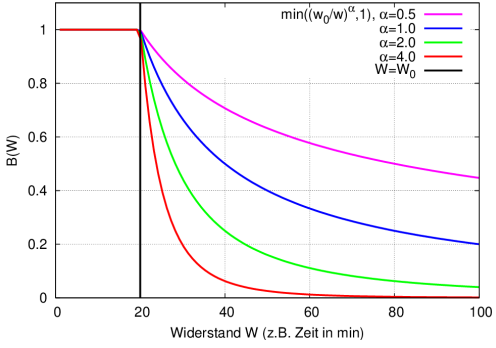
Der Name stammt vom Gravitationsgesetz der Physik $F_{\text{grav}} = \frac{\gamma m_1 m_2}{r^2}$ (Spezialfall $E = 2$)

? Stellen Sie den Bezug zwischen dem Gravitationsmodell und dem Gravitationsgesetz dar!

! Klassische Gravitation mit $\gamma = 1$ ergibt sich für $E = 2$, Widerstand gleich Entfernung und ohne die Beschränkung auf $\leq 1$. Die beiden Massen kann man grob mit den Quell- und Zielsummen vergleichen, die in der allgemeinen Lösung $v_{ij} = f_{ij} g_j B(W_{ij})$ die dominante Rolle spielen (s.u.)

# Konkrete Modelle 2: Klassisches Gravitationsmodell

$$B(W) = \min\left[1, \left(\frac{W_0}{W}\right)^E\right] \quad \textbf{Gravitationsmodell}$$




Zwei Parameter:

- Exponent $E$
- kritischer Widerstand $W_0$, ab der die Bewertung abnimmt

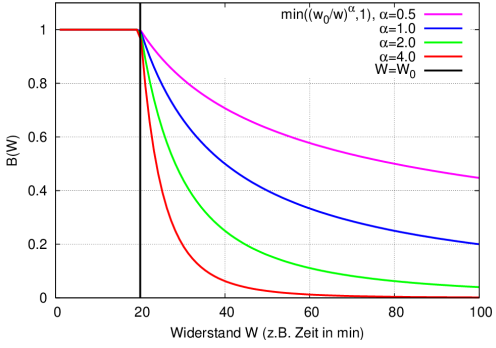
Der Name stammt vom Gravitationsgesetz der Physik $F_{\text{grav}} = \frac{\gamma m_1 m_2}{r^2}$ (Spezialfall $E = 2$)

? Stellen Sie den Bezug zwischen dem Gravitationsmodell und dem Gravitationsgesetz dar!

! Klassische Gravitation mit $\gamma = 1$ ergibt sich für $E = 2$, Widerstand gleich Entfernung und ohne die Beschränkung auf $\leq 1$. Die beiden Massen kann man grob mit den Quell- und Zielsummen vergleichen, die in der allgemeinen Lösung $v_{ij} = f_i g_j B(W_{ij})$ die dominante Rolle spielen (s.u.)

# Konkrete Modelle 2: Klassisches Gravitationsmodell

$$B(W) = \min\left[1, \left(\frac{W_0}{W}\right)^E\right] \quad \textbf{Gravitationsmodell}$$




Zwei Parameter:

- Exponent $E$
- kritischer Widerstand $W_0$, ab der die Bewertung abnimmt

Der Name stammt vom Gravitationsgesetz der Physik $F_{\text{grav}} = \frac{\gamma m_1 m_2}{r^2}$ (Spezialfall $E = 2$)

? Stellen Sie den Bezug zwischen dem Gravitationsmodell und dem Gravitationsgesetz dar!

! Klassische Gravitation mit $\gamma = 1$ ergibt sich für $E = 2$, Widerstand gleich Entfernung und ohne die Beschränkung auf $\leq 1$. Die beiden Massen kann man grob mit den Quell- und Zielsummen vergleichen, die in der allgemeinen Lösung $v_{ij} = f_i g_j B(W_{ij})$ die dominante Rolle spielen (s.u.)

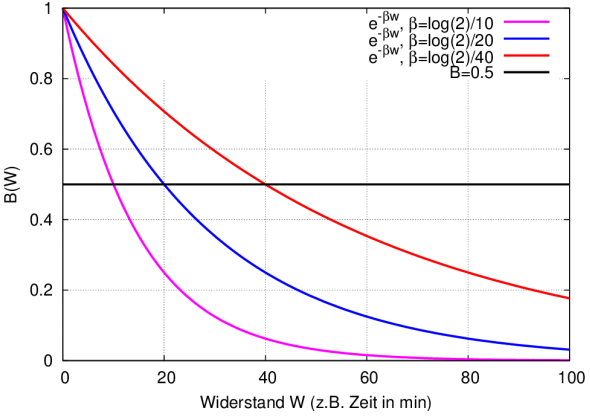
# Konkrete Modelle 3: Wilson-Modell

$$B(W) = e^{-\beta W} \quad \textbf{Wilson-Modell}$$

- Herleitung aus dem Prinzip der Entropiemaximierung ⇒ Skript)
- Hat die Form des **Logit-Modells** der Verkehrsmittelwahl ⇒ simultaner Ansatz
- nur ein Parameter
- ein einziger Nachteil: Zu große Sensitivität bei langen Wegen
- ? Zeigen Sie dies, indem Sie den Bewertungsunterschied zwischen 5 und 10 Minuten sowie 105 und 110 Minuten langen Wegen vergleichen (Widerstand=Zeit)
- ! Der Quotient ist im Modell, nicht aber in der Wirklichkeit, bei beiden Paaren der gleiche

# Konkrete Modelle 3: Wilson-Modell

$$B(W) = e^{-\beta W} \quad \textbf{Wilson-Modell}$$




Ein einziger Parameter: Abfallrate $\beta$ bzw. kritischer Widerstand $W_0 = 1/\beta$

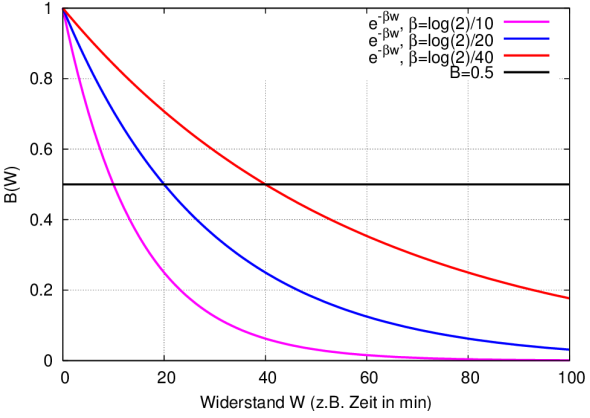
- Herleitung aus dem Prinzip der Entropiemaximierung ⇒ Skript)
- Hat die Form des **Logit-Modells** der Verkehrsmittelwahl ⇒ simultaner Ansatz
- nur ein Parameter
- ein einziger Nachteil: Zu große Sensitivität bei langen Wegen

? Zeigen Sie dies, indem Sie den Bewertungsunterschied zwischen 5 und 10 Minuten sowie 105 und 110 Minuten langen Wegen vergleichen (Widerstand=Zeit)

1 Der Quotient ist im Modell nicht über in der Wirklichkeit, bei beiden Paaren der gleiche

# Konkrete Modelle 3: Wilson-Modell

$$B(W) = e^{-\beta W} \quad \textbf{Wilson-Modell}$$




Ein einziger Parameter: Abfallrate $\beta$ bzw. kritischer Widerstand $W_0 = 1/\beta$

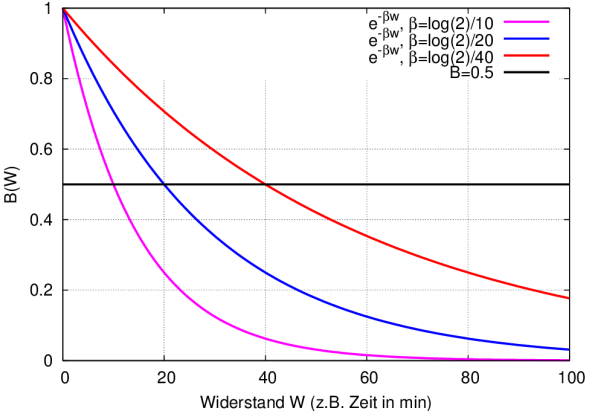
- Herleitung aus dem Prinzip der Entropiemaximierung ⇒ Skript)
- Hat die Form des **Logit-Modells** der Verkehrsmittelwahl ⇒ simultaner Ansatz
- nur ein Parameter
- ein einziger Nachteil: Zu große Sensitivität bei langen Wegen

7. Zeigen Sie dies, indem Sie den Belastungsunterschied zwischen 5 und 10 Minuten sowie 105 und 110 Minuten langen Wegen vergleichen (Widerstand=Zeit)

1. Der Quotient ist im Modell nicht über in der Wirklichkeit, bei beider Paaren der gleiche

# Konkrete Modelle 3: Wilson-Modell

$$B(W) = e^{-\beta W} \quad \textbf{Wilson-Modell}$$




Ein einziger Parameter: Abfallrate $\beta$ bzw. kritischer Widerstand $W_0 = 1/\beta$

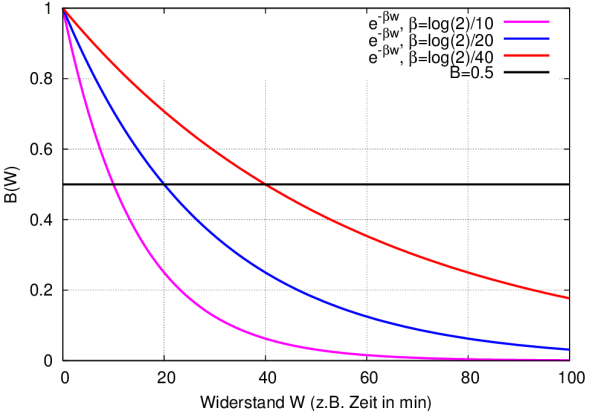
- Herleitung aus dem Prinzip der Entropiemaximierung ⇒ Skript)
- Hat die Form des **Logit-Modells** der Verkehrsmittelwahl ⇒ simultaner Ansatz
- nur ein Parameter
- ein einziger Nachteil: Zu große Sensitivität bei langen Wegen

? Zeigen Sie dies, indem Sie den Bewertungsunterschied zwischen 5 und 10 Minuten sowie 105 und 110 Minuten langen Wegen vergleichen (Widerstand=Zeit)

! Der Quotient ist im Modell gleich, aber in der Wirklichkeit, bei beiden Paaren der gleiche

# Konkrete Modelle 3: Wilson-Modell

$$B(W) = e^{-\beta W} \quad \textbf{Wilson-Modell}$$




Ein einziger Parameter: Abfallrate $\beta$ bzw. kritischer Widerstand $W_0 = 1/\beta$

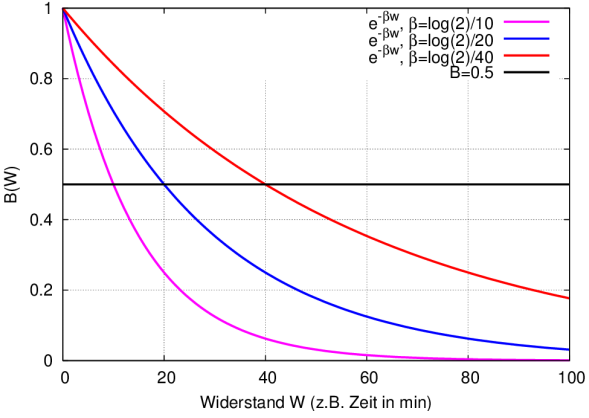
- Herleitung aus dem Prinzip der Entropiemaximierung ⇒ Skript)
- Hat die Form des **Logit-Modells** der Verkehrsmittelwahl ⇒ simultaner Ansatz
- nur ein Parameter
- ein einziger Nachteil: Zu große Sensitivität bei langen Wegen

? Zeigen Sie dies, indem Sie den Bewertungsunterschied zwischen 5 und 10 Minuten sowie 105 und 110 Minuten langen Wegen vergleichen (Widerstand=Zeit)

! Der Quotient ist im Modell, nicht aber in der Wirklichkeit, bei beiden Paaren der gleiche

# Konkrete Modelle 3: Wilson-Modell

$$B(W) = e^{-\beta W} \quad \textbf{Wilson-Modell}$$




Ein einziger Parameter: Abfallrate $\beta$ bzw. kritischer Widerstand $W_0 = 1/\beta$

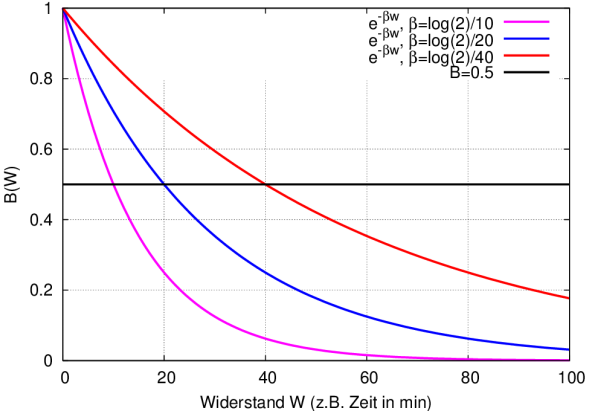
- Herleitung aus dem Prinzip der Entropiemaximierung ⇒ Skript)
- Hat die Form des **Logit-Modells** der Verkehrsmittelwahl ⇒ simultaner Ansatz
- nur ein Parameter
- ein einziger Nachteil: Zu große Sensitivität bei langen Wegen

? Zeigen Sie dies, indem Sie den Bewertungsunterschied zwischen 5 und 10 Minuten sowie 105 und 110 Minuten langen Wegen vergleichen (Widerstand=Zeit)

! Der Quotient ist im Modell, nicht aber in der Wirklichkeit, bei beiden Paaren der gleiche

# Konkrete Modelle 3: Wilson-Modell

$$B(W) = e^{-\beta W} \quad \textbf{Wilson-Modell}$$




Ein einziger Parameter: Abfallrate $\beta$ bzw. kritischer Widerstand $W_0 = 1/\beta$

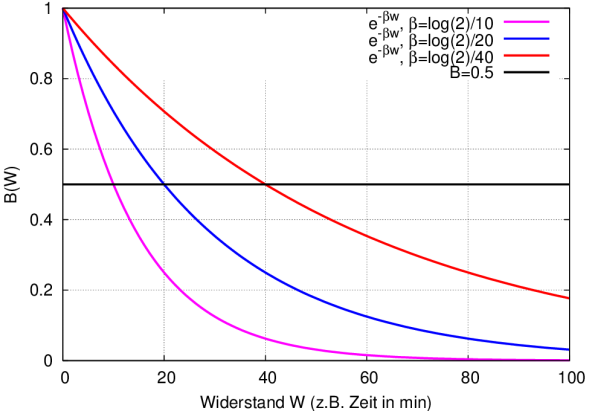
- Herleitung aus dem Prinzip der Entropiemaximierung $\Rightarrow$ Skript)
- Hat die Form des **Logit-Modells** der Verkehrsmittelwahl $\Rightarrow$ simultaner Ansatz
- nur ein Parameter
- ein einziger Nachteil: Zu große Sensitivität bei langen Wegen

? Zeigen Sie dies, indem Sie den Bewertungsunterschied zwischen 5 und 10 Minuten sowie 105 und 110 Minuten langen Wegen vergleichen (Widerstand=Zeit)

! Der Quotient ist im Modell, nicht aber in der Wirklichkeit, bei beiden Paaren der gleiche

# Konkrete Modelle 3: Wilson-Modell

$$B(W) = e^{-\beta W} \quad \textbf{Wilson-Modell}$$




Ein einziger Parameter: Abfallrate $\beta$ bzw. kritischer Widerstand $W_0 = 1/\beta$

- Herleitung aus dem Prinzip der Entropiemaximierung $\Rightarrow$ Skript)
- Hat die Form des **Logit-Modells** der Verkehrsmittelwahl $\Rightarrow$ simultaner Ansatz
- nur ein Parameter
- ein einziger Nachteil: Zu große Sensitivität bei langen Wegen

? Zeigen Sie dies, indem Sie den Bewertungsunterschied zwischen 5 und 10 Minuten sowie 105 und 110 Minuten langen Wegen vergleichen (Widerstand=Zeit)

! Der Quotient ist im Modell, nicht aber in der Wirklichkeit, bei beiden Paaren der gleiche

# Vergleich des Wilson-Modells mit der Empirie

Die Empirie, Abschnitt 6.5 zeigt bei der Reiseweitenverteilung für jedes Verkehrsmittel (außer Fußwege) zunächst einen linearen Anstieg, dann einen exponentiellen Abfall. Erklärung?

- Annahme freie RSB auf Quell- und Zielseite $\Rightarrow$ Verkehrsstromanteil $v_{ij}$ proportional $B_{ij}\tilde{q}_i\tilde{z}_j$ (siehe nächsten Abschnitt)
- Annahme homogene Stadt $\Rightarrow$ Zieldichte als Funktion der Entfernung $r$ steigt linear mit $r$ (=Zahl der Bezirke in einem Ring mit Radius $r$ und fester Breite)
- Für einen Modus steigt die Reisezeit $T(r)$ linear mit $r \Rightarrow$ Wilson-Bewertung $= e^{-r/r_0}$
- Bei jedem Startbezirk ist damit die Reiseweiten-Dichtefunktion proportional zur Zieldichte und zur Bewertungsfunktion

$$f(r) \propto r\, e^{-r/r_0}$$

$\Rightarrow$ Vergleich mit der Empirie

# 6.7 Lösung der Modelle

Je nach QZG sind "harte" oder "weiche" RSB dem Sachverhalt angemessen:

- Wege verplichtend (WA, AW, WB usw.): $\Rightarrow$ beidseitig harte RSB
- nur Quell-Aktivität verplichtend (WE, WS, AS usw.): $\Rightarrow$ quellseitig hart und zielseitig weich/frei
- nur Ziel-Aktivität verplichtend (EW, SW, SA usw.): $\Rightarrow$ zielseitig hart und quellseitig weich/frei
- Quell- und Zielort wählbar (i.A. nur QZG "SS") $\Rightarrow$ beidseitig weich/frei

# 6.7 Lösung der Modelle

Je nach QZG sind "harte" oder "weiche" RSB dem Sachverhalt angemessen:

- Wege verplichtend (WA, AW, WB usw.): $\Rightarrow$ beidseitig harte RSB
- nur Quell-Aktivität verplichtend (WE, WS, AS usw.): $\Rightarrow$ quellseitig hart und zielseitig weich/frei
- nur Ziel-Aktivität verplichtend (EW, SW, SA usw.): $\Rightarrow$ zielseitig hart und quellseitig weich/frei
- Quell- und Zielort wählbar (i.A. nur QZG "SS") $\Rightarrow$ beidseitig weich/frei

# 6.7 Lösung der Modelle

Je nach QZG sind "harte" oder "weiche" RSB dem Sachverhalt angemessen:

- Wege verplichtend (WA, AW, WB usw.): $\Rightarrow$ beidseitig harte RSB
- nur Quell-Aktivität verplichtend (WE, WS, AS usw.): $\Rightarrow$ quellseitig hart und zielseitig weich/frei
- nur Ziel-Aktivität verplichtend (EW, SW, SA usw.): $\Rightarrow$ zielseitig hart und quellseitig weich/frei
- Quell- und Zielort wählbar (i.A. nur QZG "SS") $\Rightarrow$ beidseitig weich/frei

# 6.7 Lösung der Modelle

Je nach QZG sind "harte" oder "weiche" RSB dem Sachverhalt angemessen:

- Wege verplichtend (WA, AW, WB usw.): $\Rightarrow$ beidseitig harte RSB
- nur Quell-Aktivität verplichtend (WE, WS, AS usw.): $\Rightarrow$ quellseitig hart und zielseitig weich/frei
- nur Ziel-Aktivität verplichtend (EW, SW, SA usw.): $\Rightarrow$ zielseitig hart und quellseitig weich/frei
- Quell- und Zielort wählbar (i.A. nur QZG "SS") $\Rightarrow$ beidseitig weich/frei

## 1. Quellseitig und zielseitig weich/frei

Die bei der Aktivitätenwahl berechneten Quell- und Zielsummen sind nur als Anhaltspunkt, also sog. **Quell- oder Zielpotential** anzusehen:

- Quellpotential $\tilde{Q}_i$ bzw $\tilde{q}_i = \tilde{Q}_i/V$: Zahlenwert wie die harten Summen $Q_i$ bzw. $q_i$
- Zielpotential $\tilde{Z}_i$ bzw $\tilde{z}_i = \tilde{Z}_i/V$, ebenfalls gleiche Zahlenwerte

Einzige harte Restriktion: Vorgegebener Gesamtverkehr

$$\Rightarrow \quad v_{ij} = \frac{B_{ij}\tilde{q}_i\tilde{z}_j}{\sum_{k,l} B_{kl}\tilde{q}_k\tilde{z}_l} \quad \text{quellseitig und zielseitig freie RSB}$$

? Zeigen Sie, dass die Restriktion $\sum_{ij} v_{ij} = 1$ erfüllt ist

Summe einsetzen und realisieren, dass die Summationsindices egal sind

? Zeigen Sie, dass diese Formel für das Zufallsmodell in die dort bereits angegebene Relation $v_{ij} = q_i z_j = q_i \tilde{z}_j$ übergeht

Die Summenbedingungen $\sum_i q_i = \sum_j z_j = 1$ berücksichtigen, $\sum_j$ hinter $q_i$ schieben

## 1. Quellseitig und zielseitig weich/frei

Die bei der Aktivitätenwahl berechneten Quell- und Zielsummen sind nur als Anhaltspunkt, also sog. **Quell- oder Zielpotential** anzusehen:

- Quellpotential $\tilde{Q}_i$ bzw $\tilde{q}_i = \tilde{Q}_i/V$: Zahlenwert wie die harten Summen $Q_i$ bzw. $q_i$
- Zielpotential $\tilde{Z}_i$ bzw $\tilde{z}_i = \tilde{Z}_i/V$, ebenfalls gleiche Zahlenwerte

Einzige harte Restriktion: Vorgegebener Gesamtverkehr

$$\Rightarrow \quad v_{ij} = \frac{B_{ij}\tilde{q}_i\tilde{z}_j}{\sum_{k,l} B_{kl}\tilde{q}_k\tilde{z}_l} \quad \text{quellseitig und zielseitig freie RSB}$$

? Zeigen Sie, dass die Restriktion $\sum_{ij} v_{ij} = 1$ erfüllt ist

Summe einsetzen und realisieren, dass die Summationsindices egal sind

? Zeigen Sie, dass diese Formel für das Zufallsmodell in die dort bereits angegebene Relation $v_{ij} = a_i z_j = a_i \tilde{z}_j$ übergeht

Die Summenbedingungen $\sum_i a_i = \sum_j z_j = 1$ berücksichtigen, $\sum_j$ hinter $a_i$ schieben

# 1. Quellseitig und zielseitig weich/frei

Die bei der Aktivitätenwahl berechneten Quell- und Zielsummen sind nur als Anhaltspunkt, also sog. **Quell- oder Zielpotential** anzusehen:

- Quellpotential $\tilde{Q}_i$ bzw $\tilde{q}_i = \tilde{Q}_i/V$: Zahlenwert wie die harten Summen $Q_i$ bzw. $q_i$
- Zielpotential $\tilde{Z}_i$ bzw $\tilde{z}_i = \tilde{Z}_i/V$, ebenfalls gleiche Zahlenwerte

Einzige harte Restriktion: Vorgegebener Gesamtverkehr

$$\Rightarrow \quad v_{ij} = \frac{B_{ij}\tilde{q}_i\tilde{z}_j}{\sum_{k,l} B_{kl}\tilde{q}_k\tilde{z}_l} \quad \text{quellseitig und zielseitig freie RSB}$$

? Zeigen Sie, dass die Restriktion $\sum_{ij} v_{ij} = 1$ erfüllt ist

Summe einsetzen und realisieren, dass die Summationsindices egal sind

? Zeigen Sie, dass diese Formel für das Zufallsmodell in die dort bereits angegebene Relation $v_{ij} = q_i z_j = \tilde{q}_i \tilde{z}_j$ übergeht

Die Summenbedingungen $\sum_i \tilde{q}_i = \sum_j \tilde{z}_j = 1$ berücksichtigen, $\sum_j$ hinter $\tilde{q}_i$ schieben

# 1. Quellseitig und zielseitig weich/frei

Die bei der Aktivitätenwahl berechneten Quell- und Zielsummen sind nur als Anhaltspunkt, also sog. **Quell- oder Zielpotential** anzusehen:

- Quellpotential $\tilde{Q}_i$ bzw $\tilde{q}_i = \tilde{Q}_i/V$: Zahlenwert wie die harten Summen $Q_i$ bzw. $q_i$
- Zielpotential $\tilde{Z}_i$ bzw $\tilde{z}_i = \tilde{Z}_i/V$, ebenfalls gleiche Zahlenwerte

Einzige harte Restriktion: Vorgegebener Gesamtverkehr

$$\Rightarrow \quad v_{ij} = \frac{B_{ij}\tilde{q}_i\tilde{z}_j}{\sum\limits_{k,l} B_{kl}\tilde{q}_k\tilde{z}_l} \quad \text{quellseitig und zielseitig freie RSB}$$

? Zeigen Sie, dass die Restriktion $\sum_{ij} v_{ij} = 1$ erfüllt ist

Summe einsetzen und realisieren, dass die Summationsindices egal sind

? Zeigen Sie, dass diese Formel für das Zufallsmodell in die dort bereits angegebene Relation $v_{ij} = q_i z_j = \tilde{q}_i \tilde{z}_j$ übergeht

Die Summenbedingungen $\sum_k \tilde{q}_k = \sum_l \tilde{z}_l = 1$ berücksichtigen, $\sum_j$ hinter $\tilde{q}_i$ schieben

## 1. Quellseitig und zielseitig weich/frei

Die bei der Aktivitätenwahl berechneten Quell- und Zielsummen sind nur als Anhaltspunkt, also sog. **Quell- oder Zielpotential** anzusehen:

- Quellpotential $\tilde{Q}_i$ bzw $\tilde{q}_i = \tilde{Q}_i/V$: Zahlenwert wie die harten Summen $Q_i$ bzw. $q_i$
- Zielpotential $\tilde{Z}_i$ bzw $\tilde{z}_i = \tilde{Z}_i/V$, ebenfalls gleiche Zahlenwerte

Einzige harte Restriktion: Vorgegebener Gesamtverkehr

$$\Rightarrow \quad v_{ij} = \frac{B_{ij}\tilde{q}_i\tilde{z}_j}{\sum\limits_{k,l} B_{kl}\tilde{q}_k\tilde{z}_l} \quad \text{quellseitig und zielseitig freie RSB}$$

? Zeigen Sie, dass die Restriktion $\sum_{ij} v_{ij} = 1$ erfüllt ist

Summe einsetzen und realisieren, dass die Summationsindices egal sind

? Zeigen Sie, dass diese Formel für das Zufallsmodell in die dort bereits angegebene Relation $v_{ij} = q_i z_j = \tilde{q}_i \tilde{z}_j$ übergeht

Die Summenbedingungen $\sum_k \tilde{q}_k = \sum_l \tilde{z}_l = 1$ berücksichtigen, $\sum_l$ hinter $\tilde{q}_k$ schieben

## 1. Quellseitig und zielseitig weich/frei

Die bei der Aktivitätenwahl berechneten Quell- und Zielsummen sind nur als Anhaltspunkt, also sog. **Quell- oder Zielpotential** anzusehen:

- Quellpotential $\tilde{Q}_i$ bzw $\tilde{q}_i = \tilde{Q}_i/V$: Zahlenwert wie die harten Summen $Q_i$ bzw. $q_i$
- Zielpotential $\tilde{Z}_i$ bzw $\tilde{z}_i = \tilde{Z}_i/V$, ebenfalls gleiche Zahlenwerte

Einzige harte Restriktion: Vorgegebener Gesamtverkehr

$$\Rightarrow \quad v_{ij} = \frac{B_{ij}\tilde{q}_i\tilde{z}_j}{\sum_{k,l} B_{kl}\tilde{q}_k\tilde{z}_l} \quad \text{quellseitig und zielseitig freie RSB}$$

? Zeigen Sie, dass die Restriktion $\sum_{ij} v_{ij} = 1$ erfüllt ist

Summe einsetzen und realisieren, dass die Summationsindices egal sind

? Zeigen Sie, dass diese Formel für das Zufallsmodell in die dort bereits angegebene Relation $v_{ij} = q_i z_j = \tilde{q}_i\tilde{z}_j$ übergeht

Die Summenbedingungen $\sum_k \tilde{q}_k = \sum_l \tilde{z}_l = 1$ berücksichtigen, $\sum_l$ hinter $\tilde{q}_k$ schieben

# 1. Quellseitig und zielseitig weich/frei

Die bei der Aktivitätenwahl berechneten Quell- und Zielsummen sind nur als Anhaltspunkt, also sog. **Quell- oder Zielpotential** anzusehen:

- Quellpotential $\tilde{Q}_i$ bzw $\tilde{q}_i = \tilde{Q}_i/V$: Zahlenwert wie die harten Summen $Q_i$ bzw. $q_i$
- Zielpotential $\tilde{Z}_i$ bzw $\tilde{z}_i = \tilde{Z}_i/V$, ebenfalls gleiche Zahlenwerte

Einzige harte Restriktion: Vorgegebener Gesamtverkehr

$$\Rightarrow \quad v_{ij} = \frac{B_{ij}\tilde{q}_i\tilde{z}_j}{\sum_{k,l} B_{kl}\tilde{q}_k\tilde{z}_l} \quad \text{quellseitig und zielseitig freie RSB}$$

? Zeigen Sie, dass die Restriktion $\sum_{ij} v_{ij} = 1$ erfüllt ist

Summe einsetzen und realisieren, dass die Summationsindices egal sind

? Zeigen Sie, dass diese Formel für das Zufallsmodell in die dort bereits angegebene Relation $v_{ij} = q_i z_j = \tilde{q}_i\tilde{z}_j$ übergeht

Die Summenbedingungen $\sum_k \tilde{q}_k = \sum_l \tilde{z}_l = 1$ berücksichtigen, $\sum_l$ hinter $\tilde{q}_k$ schieben

## 2. Einseitig harte RSB

Hier müssen die Summen einer Kategorie (Quell- oder Zielsummen) hart erfüllt sein und die jeweils andere frei

$$v_{ij} = \frac{B_{ij} q_i \tilde{z}_j}{\sum_k B_{ik} \tilde{z}_k}. \quad \text{quellseitig harte, zielseitig freie RSB}$$

$$v_{ij} = \frac{B_{ij} \tilde{q}_i z_j}{\sum_k B_{kj} \tilde{q}_k}. \quad \text{zielseitig harte, quellseitig freie RSB}$$

? Zeigen Sie, dass in obiger Gleichung die Quell- bzw. Zielsummen hart erfüllt sind

! Quellsummen: $\sum_j V_{ij} = (\sum_j B_{ij} q_i \tilde{z}_j)/(\sum_k B_{ik} \tilde{z}_k) = q_i (\sum_j B_{ij} \tilde{z}_j)/(\sum_k B_{ik} \tilde{z}_k) = q_i$
Untere Gleichung für die Zielsummen analog

? Zeigen Sie, dass diese Formel für das Zufallsmodell in die dort bereits angegebene Relation $v_{ij} = q_i \tilde{z}_j$ übergeht

! Einfach $\sum_k \tilde{z}_k = \sum_k q_k = 1$

## 2. Einseitig harte RSB

Hier müssen die Summen einer Kategorie (Quell- oder Zielsummen) hart erfüllt sein und die jeweils andere frei

$$v_{ij} = \frac{B_{ij} q_i \tilde{z}_j}{\sum_k B_{ik} \tilde{z}_k}. \quad \text{quellseitig harte, zielseitig freie RSB}$$

$$v_{ij} = \frac{B_{ij} \tilde{q}_i z_j}{\sum_k B_{kj} \tilde{q}_k}. \quad \text{zielseitig harte, quellseitig freie RSB}$$

? Zeigen Sie, dass in obiger Gleichung die Quell- bzw. Zielsummen hart erfüllt sind

! Quellsummen: $\sum_j V_{ij} = (\sum_j B_{ij} q_i \tilde{z}_j)/(\sum_k B_{ik} \tilde{z}_k) = q_i (\sum_j B_{ij} \tilde{z}_j)/(\sum_k B_{ik} \tilde{z}_k) = q_i$
Untere Gleichung für die Zielsummen analog

? Zeigen Sie, dass diese Formel für das Zufallsmodell in die dort bereits angegebene Relation $v_{ij} = q_i \tilde{z}_j$ übergeht

! Einfach: $\sum_k \tilde{z}_k = \sum_k \tilde{q}_k = 1$

## 2. Einseitig harte RSB

Hier müssen die Summen einer Kategorie (Quell- oder Zielsummen) hart erfüllt sein und die jeweils andere frei

$$v_{ij} = \frac{B_{ij} q_i \tilde{z}_j}{\sum_k B_{ik} \tilde{z}_k}. \quad \text{quellseitig harte, zielseitig freie RSB}$$

$$v_{ij} = \frac{B_{ij} \tilde{q}_i z_j}{\sum_k B_{kj} \tilde{q}_k}. \quad \text{zielseitig harte, quellseitig freie RSB}$$

? Zeigen Sie, dass in obiger Gleichung die Quell- bzw. Zielsummen hart erfüllt sind

! Quellsummen: $\sum_j V_{ij} = (\sum_j B_{ij} q_i \tilde{z}_j)/(\sum_k B_{ik} \tilde{z}_k) = q_i (\sum_j B_{ij} \tilde{z}_j)/(\sum_k B_{ik} \tilde{z}_k) = q_i$ ✓
Untere Gleichung für die Zielsummen analog

? Zeigen Sie, dass diese Formel für das Zufallsmodell in die dort bereits angegebene Relation $v_{ij} = q_i \tilde{z}_j$ übergeht

! Einfach: $\sum_k \tilde{z}_k = \sum_k \tilde{q}_k = 1$

## 2. Einseitig harte RSB

Hier müssen die Summen einer Kategorie (Quell- oder Zielsummen) hart erfüllt sein und die jeweils andere frei

$$v_{ij} = \frac{B_{ij} q_i \tilde{z}_j}{\sum_k B_{ik} \tilde{z}_k}. \quad \text{quellseitig harte, zielseitig freie RSB}$$

$$v_{ij} = \frac{B_{ij} \tilde{q}_i z_j}{\sum_k B_{kj} \tilde{q}_k}. \quad \text{zielseitig harte, quellseitig freie RSB}$$

? Zeigen Sie, dass in obiger Gleichung die Quell- bzw. Zielsummen hart erfüllt sind

! Quellsummen: $\sum_j V_{ij} = (\sum_j B_{ij} q_i \tilde{z}_j)/(\sum_k B_{ik} \tilde{z}_k) = q_i (\sum_j B_{ij} \tilde{z}_j)/(\sum_k B_{ik} \tilde{z}_k) = q_i$ ✓
Untere Gleichung für die Zielsummen analog

? Zeigen Sie, dass diese Formel für das Zufallsmodell in die dort bereits angegebene Relation $v_{ij} = q_i \tilde{z}_j$ übergeht

! Einfach: $\sum_k \tilde{z}_k = \sum_k \tilde{q}_k = 1$

## 2. Einseitig harte RSB

Hier müssen die Summen einer Kategorie (Quell- oder Zielsummen) hart erfüllt sein und die jeweils andere frei

$$v_{ij} = \frac{B_{ij} q_i \tilde{z}_j}{\sum_k B_{ik} \tilde{z}_k}. \quad \text{quellseitig harte, zielseitig freie RSB}$$

$$v_{ij} = \frac{B_{ij} \tilde{q}_i z_j}{\sum_k B_{kj} \tilde{q}_k}. \quad \text{zielseitig harte, quellseitig freie RSB}$$

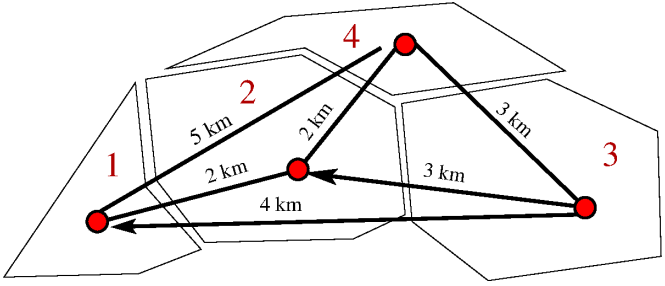
? Zeigen Sie, dass in obiger Gleichung die Quell- bzw. Zielsummen hart erfüllt sind

! Quellsummen: $\sum_j V_{ij} = (\sum_j B_{ij} q_i \tilde{z}_j)/(\sum_k B_{ik} \tilde{z}_k) = q_i (\sum_j B_{ij} \tilde{z}_j)/(\sum_k B_{ik} \tilde{z}_k) = q_i$ ✓
Untere Gleichung für die Zielsummen analog

? Zeigen Sie, dass diese Formel für das Zufallsmodell in die dort bereits angegebene Relation $v_{ij} = q_i \tilde{z}_j$ übergeht

! Einfach: $\sum_k \tilde{z}_k = \sum_k \tilde{q}_k = 1$

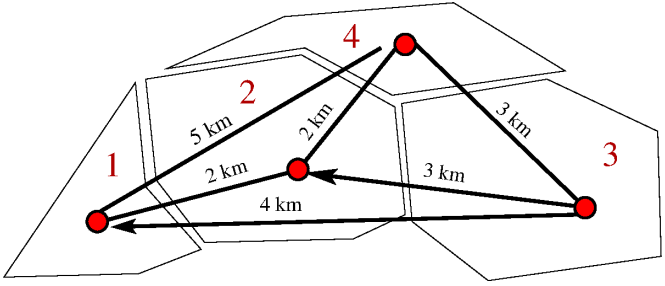
# Beispiel: 4-Bezirks-Modell




Annahmen: QZG WE, alle $Q_i = \tilde{Z}_i = 1\,000$, Geschwindigkeit auf allen Kanten 30 km/h, Zeitbewertung $\beta = -0.2\,\mathrm{min}^{-1}$

- Widerstandsmatrix: $\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 14 & 8 \\ 4 & 0 & 10 & 4 \\ 8 & 6 & 0 & 6 \\ 8 & 4 & 6 & 0 \end{pmatrix}$
- Bewertungsmatrix : $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.449 & 0.060 & 0.201 \\ 0.449 & 1.000 & 0.135 & 0.449 \\ 0.201 & 0.301 & 1.000 & 0.301 \\ 0.201 & 0.449 & 0.301 & 1.000 \end{pmatrix}$

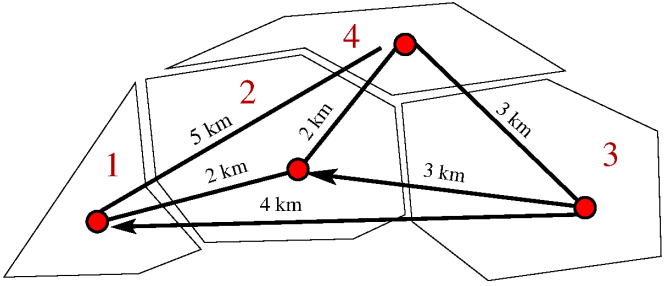
# Beispiel: 4-Bezirks-Modell




Annahmen: QZG WE, alle $Q_i = \tilde{Z}_i = 1\,000$, Geschwindigkeit auf allen Kanten 30 km/h, Zeitbewertung $\beta = -0.2\,\mathrm{min}^{-1}$

- Widerstandsmatrix: $\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 14 & 8 \\ 4 & 0 & 10 & 4 \\ 8 & 6 & 0 & 6 \\ 8 & 4 & 6 & 0 \end{pmatrix}$
- Bewertungsmatrix : $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.449 & 0.060 & 0.201 \\ 0.449 & 1.000 & 0.135 & 0.449 \\ 0.201 & 0.301 & 1.000 & 0.301 \\ 0.201 & 0.449 & 0.301 & 1.000 \end{pmatrix}$

# Beispiel: 4-Bezirks-Modell




Annahmen: QZG WE, alle $Q_i = \tilde{Z}_i = 1\,000$, Geschwindigkeit auf allen Kanten 30 km/h, Zeitbewertung $\beta = -0.2\,\mathrm{min}^{-1}$

- Widerstandsmatrix: $\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 14 & 8 \\ 4 & 0 & 10 & 4 \\ 8 & 6 & 0 & 6 \\ 8 & 4 & 6 & 0 \end{pmatrix}$
- Bewertungsmatrix : $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.449 & 0.060 & 0.201 \\ 0.449 & 1.000 & 0.135 & 0.449 \\ 0.201 & 0.301 & 1.000 & 0.301 \\ 0.201 & 0.449 & 0.301 & 1.000 \end{pmatrix}$

# Beispiel: 4-Bezirks-Modell (ctned)

- QZG WE: Quellseitig harte, zielseitig freie RSB
- Verkehrsstrommatrix : $\mathbf{V} = \begin{pmatrix} 584 & 262 & 35 & 117 \\ 220 & 491 & 66 & 220 \\ 111 & 166 & 554 & 166 \\ 103 & 230 & 154 & 512 \end{pmatrix}$
- Auswirkung der Ziel-Lagegunst (besonders gut, $Z_2 > \tilde{Z}_2 = 1\,000$ beim Zentralbezirk 2, besonders schlecht, $Z_3 < \tilde{Z}_3 = 1\,000$ bei Bezirk 3 wegen der Einbahnstraßen):

$$Z_1 = 1020, \quad Z_2 = 1151, \quad Z_3 = 810, \quad Z_4 = 1017.$$

Warum hat die Ziel-Lagegunst weder bei sehr zeitkritischen Personen ($|\beta|$ sehr groß) als auch bei Leuten, denen Reisezeiten egal sind ($\beta \to 0$) bzw bei sehr großen und sehr kleinen Untersuchungsgebieten einen Einfluss?

Sehr zeitkritische Personen bleiben alle im Ursprungsbezirk, da dies wegen $Q_i = Z_i$ möglich ist.

Bei extrem zeitunkritischen Personen gehen alle Modelle in das Zufallsmodell mit exakt erfüllten RSB über.

# Beispiel: 4-Bezirks-Modell (ctned)

- QZG WE: Quellseitig harte, zielseitig freie RSB
- Verkehrsstrommatrix : $\mathbf{V} = \begin{pmatrix} 584 & 262 & 35 & 117 \\ 220 & 491 & 66 & 220 \\ 111 & 166 & 554 & 166 \\ 103 & 230 & 154 & 512 \end{pmatrix}$
- Auswirkung der Ziel-Lagegunst (besonders gut, $Z_2 > \tilde{Z}_2 = 1\,000$ beim Zentralbezirk 2, besonders schlecht, $Z_3 < \tilde{Z}_3 = 1\,000$ bei Bezirk 3 wegen der Einbahnstraßen):

$$Z_1 = 1020, \quad Z_2 = 1151, \quad Z_3 = 810, \quad Z_4 = 1017.$$

Warum hat die Ziel-Lagegunst weder bei sehr zeitkritischen Personen ($|\beta|$ sehr groß) als auch bei Leuten, denen Reisezeiten egal sind ($\beta \to 0$) bzw bei sehr großen und sehr kleinen Untersuchungsgebieten einen Einfluss?

Sehr zeitkritische Personen bleiben alle im Ursprungsbezirk, da dies wegen $Q_i = Z_i$ möglich ist. Bei extrem zeitunkritischen Personen gehen alle Modelle in das Zufallsmodell mit exakt erfüllten RSB über.

# Beispiel: 4-Bezirks-Modell (ctned)

- QZG WE: Quellseitig harte, zielseitig freie RSB
- Verkehrsstrommatrix : $\mathbf{V} = \begin{pmatrix} 584 & 262 & 35 & 117 \\ 220 & 491 & 66 & 220 \\ 111 & 166 & 554 & 166 \\ 103 & 230 & 154 & 512 \end{pmatrix}$
- Auswirkung der Ziel-Lagegunst (besonders gut, $Z_2 > \tilde{Z}_2 = 1\,000$ beim Zentralbezirk 2, besonders schlecht, $Z_3 < \tilde{Z}_3 = 1\,000$ bei Bezirk 3 wegen der Einbahnstraßen):

$$Z_1 = 1020, \quad Z_2 = 1151, \quad Z_3 = 810, \quad Z_4 = 1017.$$

Warum hat die Ziel-Lagegunst weder bei sehr zeitkritischen Personen ($|\beta|$ sehr groß) als auch bei Leuten, denen Reisezeiten egal sind ($\beta \to 0$) bzw bei sehr großen und sehr kleinen Untersuchungsgebieten einen Einfluss?

Sehr zeitkritische Personen bleiben alle im Ursprungsbezirk, da dies wegen $Q_i = Z_i$ möglich ist. Bei extrem zeitunkritischen Personen gehen alle Modelle in das Zufallsmodell mit exakt erfüllten RSB über.

# Beispiel: 4-Bezirks-Modell (ctned)

- QZG WE: Quellseitig harte, zielseitig freie RSB
- Verkehrsstrommatrix : $\mathbf{V} = \begin{pmatrix} 584 & 262 & 35 & 117 \\ 220 & 491 & 66 & 220 \\ 111 & 166 & 554 & 166 \\ 103 & 230 & 154 & 512 \end{pmatrix}$
- Auswirkung der Ziel-Lagegunst (besonders gut, $Z_2 > \tilde{Z}_2 = 1\,000$ beim Zentralbezirk 2, besonders schlecht, $Z_3 < \tilde{Z}_3 = 1\,000$ bei Bezirk 3 wegen der Einbahnstraßen):

$$Z_1 = 1020, \quad Z_2 = 1151, \quad Z_3 = 810, \quad Z_4 = 1017.$$

Warum hat die Ziel-Lagegunst weder bei sehr zeitkritischen Personen ($|\beta|$ sehr groß) als auch bei Leuten, denen Reisezeiten egal sind ($\beta \to 0$) bzw bei sehr großen und sehr kleinen Untersuchungsgebieten einen Einfluss?

Sehr zeitkritische Personen bleiben alle im Ursprungsbezirk, da dies wegen $Q_i = Z_i$ möglich ist.

Bei extrem zeitunkritischen Personen gehen alle Modelle in das Zufallsmodell mit exakt erfüllten RSB über.

## 3. Beidseitig harte RSB

Grundmodell $v_{ij} = B_{ij} f_i g_j \Rightarrow$ bilineare Gleichungssystem für $f_i$ und $g_j \Rightarrow$ nur iterativ zu lösen, indem man in den RSB $q_i = \sum_j v_{ij} = f_i \sum_j g_j B_{ij}$ und $z_j = \sum_i v_{ij} = g_j \sum_i f_i B_{ij}$ jeweils die letzte Info einsetzt:

- Iteration 0 (Anfangswerte): $f_i^{(0)} = g_j^{(0)} = 1 \; \forall i, j$
- Iteration $m \geq 1$:

$$f_i^{(m)} = \frac{q_i}{\sum_j B_{ij} g_j^{(m-1)}}$$

$$g_j^{(m)} = \frac{z_j}{\sum_i B_{ij} f_i^{(m)}}$$

? Vertauscht man in jedem Iterationsschritt $m > 0$ die Reihenfolge, berechnet also zuerst $g_j^{(m)}$ aus $f_i^{(m-1)}$, dann $f_i^{(m)}$ aus $g_j^{(m)}$, konvergieren die $f_i$ und $g_j$ gegen *völlig andere* Werte. Dennoch sind die konvergierenden $V_{ij}$ gleich und insbesondere die RSB erfüllt. Wie kann das sein?

! Da es nur auf das *Produkt* $f_i g_j$ ankommt, vgl. Tutorial 6.

## 3. Beidseitig harte RSB

Grundmodell $v_{ij} = B_{ij} f_i g_j \Rightarrow$ bilineare Gleichungssystem für $f_i$ und $g_j \Rightarrow$ nur iterativ zu lösen, indem man in den RSB $q_i = \sum_j v_{ij} = f_i \sum_j g_j B_{ij}$ und $z_j = \sum_i v_{ij} = g_j \sum_i f_i B_{ij}$ jeweils die letzte Info einsetzt:

- Iteration 0 (Anfangswerte): $f_i^{(0)} = g_j^{(0)} = 1 \; \forall i, j$
- Iteration $m \geq 1$:

$$f_i^{(m)} = \frac{q_i}{\sum_j B_{ij} g_j^{(m-1)}}$$

$$g_j^{(m)} = \frac{z_j}{\sum_i B_{ij} f_i^{(m)}}$$

? Vertauscht man in jedem Iterationsschritt $m > 0$ die Reihenfolge, berechnet also zuerst $g_j^{(m)}$ aus $f_i^{(m-1)}$, dann $f_i^{(m)}$ aus $g_j^{(m)}$, konvergieren die $f_i$ und $g_j$ gegen *völlig andere* Werte. Dennoch sind die konvergierenden $V_{ij}$ gleich und insbesondere die RSB erfüllt. Wie kann das sein?

! Da es nur auf das *Produkt* $f_i g_j$ ankommt, vgl. Tutorial 6.

## 3. Beidseitig harte RSB

Grundmodell $v_{ij} = B_{ij} f_i g_j \Rightarrow$ bilineare Gleichungssystem für $f_i$ und $g_j \Rightarrow$ nur iterativ zu lösen, indem man in den RSB $q_i = \sum_j v_{ij} = f_i \sum_j g_j B_{ij}$ und $z_j = \sum_i v_{ij} = g_j \sum_i f_i B_{ij}$ jeweils die letzte Info einsetzt:

- Iteration 0 (Anfangswerte): $f_i^{(0)} = g_j^{(0)} = 1 \; \forall i, j$
- Iteration $m \geq 1$:

$$f_i^{(m)} = \frac{q_i}{\sum_j B_{ij} g_j^{(m-1)}}$$

$$g_j^{(m)} = \frac{z_j}{\sum_i B_{ij} f_i^{(m)}}$$

? Vertauscht man in jedem Iterationsschritt $m > 0$ die Reihenfolge, berechnet also zuerst $g_j^{(m)}$ aus $f_i^{(m-1)}$, dann $f_i^{(m)}$ aus $g_j^{(m)}$, konvergieren die $f_i$ und $g_j$ gegen *völlig andere* Werte. Dennoch sind die konvergierenden $V_{ij}$ gleich und insbesondere die RSB erfüllt. Wie kann das sein?

! Da es nur auf das *Produkt* $f_i g_j$ ankommt, vgl. Tutorial 6.

## 3. Beidseitig harte RSB

Grundmodell $v_{ij} = B_{ij} f_i g_j \Rightarrow$ bilineare Gleichungssystem für $f_i$ und $g_j \Rightarrow$ nur iterativ zu lösen, indem man in den RSB $q_i = \sum_j v_{ij} = f_i \sum_j g_j B_{ij}$ und $z_j = \sum_i v_{ij} = g_j \sum_i f_i B_{ij}$ jeweils die letzte Info einsetzt:

- Iteration 0 (Anfangswerte): $f_i^{(0)} = g_j^{(0)} = 1 \; \forall i, j$
- Iteration $m \geq 1$:

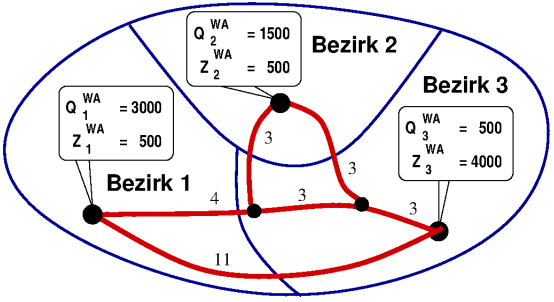
$$f_i^{(m)} = \frac{q_i}{\sum_j B_{ij} g_j^{(m-1)}}$$

$$g_j^{(m)} = \frac{z_j}{\sum_i B_{ij} f_i^{(m)}}$$

? Vertauscht man in jedem Iterationsschritt $m > 0$ die Reihenfolge, berechnet also zuerst $g_j^{(m)}$ aus $f_i^{(m-1)}$, dann $f_i^{(m)}$ aus $g_j^{(m)}$, konvergieren die $f_i$ und $g_j$ gegen *völlig andere* Werte. Dennoch sind die konvergierenden $V_{ij}$ gleich und insbesondere die RSB erfüllt. Wie kann das sein?

! Da es nur auf das *Produkt* $f_i g_j$ ankommt, vgl. Tutorial 6.

# Beispiel: Iterative Lösung des Wilson-Modells, $\beta = 0.1\,\mathrm{min}^{-1}$



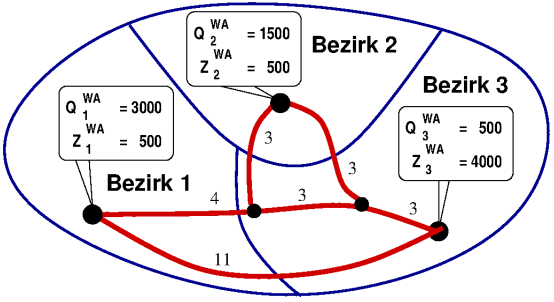

$$q_1 = 0.6, \quad q_2 = 0.3, \quad q_3 = 0.1,$$
$$z_1 = 0.1, \quad z_2 = 0.1, \quad z_3 = 0.8.$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0.4966 & 0.3679 \\ 0.4966 & 1 & 0.5488 \\ 0.3679 & 0.5488 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_i^{(m)} = \frac{q_i}{\sum_j B_{ij} g_j^{(m-1)}}$$
$$g_j^{(m)} = \frac{z_j}{\sum_i B_{ij} f_i^{(m)}}$$

| Iteration | $i = 1$ | $i = 2$ | $i = 3$ |
|---|---|---|---|
| 0 | $f_1 = 1$ | $f_2 = 1$ | $f_3 = 1$ |
| 0 | $g_1 = 1$ | $g_2 = 1$ | $g_3 = 1$ |
| 1 | $f_1 = 0.321808176647478$ | $f_2 = 0.146670797315656$ | $f_3 = 0.0521732485668318$ |
| 1 | $g_1 = 0.241641497008773$ | $g_2 = 0.298410105823893$ | $g_3 = 3.18655908107113$ |
| 2 | $f_1 = 0.384099031406901$ | $f_2 = 0.138425776173922$ | $f_3 = 0.0290763184178919$ |
| 2 | $g_1 = 0.215733059387455$ | $g_2 = 0.289753337754216$ | $g_3 = 3.24743684082831$ |
| 3 | $f_1 = 0.386029450360936$ | $f_2 = 0.137670510406493$ | $f_3 = 0.0286876190043$ |
| 3 | $g_1 = 0.215077700082051$ | $g_2 = 0.289761161415667$ | $g_3 = 3.24860261868$ |
| 4 | $f_1 = 0.386070207727267$ | $f_2 = 0.137648151737062$ | $f_3 = 0.0286795108175$ |
| 4 | $g_1 = 0.215061229851403$ | $g_2 = 0.289763147753225$ | $g_3 = 3.24864115$ |

# Beispiel: Iterative Lösung des Wilson-Modells, $\beta = 0.1\,\mathrm{min}^{-1}$



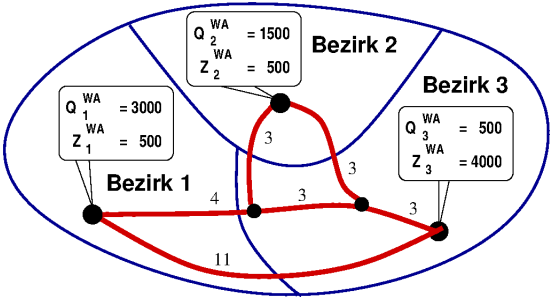

$$q_1 = 0.6, \quad q_2 = 0.3, \quad q_3 = 0.1,$$
$$z_1 = 0.1, \quad z_2 = 0.1, \quad z_3 = 0.8.$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0.4966 & 0.3679 \\ 0.4966 & 1 & 0.5488 \\ 0.3679 & 0.5488 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_i^{(m)} = \frac{q_i}{\sum_j B_{ij} g_j^{(m-1)}}$$
$$g_j^{(m)} = \frac{z_j}{\sum_i B_{ij} f_i^{(m)}}$$

| Iteration | $i = 1$ | $i = 2$ | $i = 3$ |
|---|---|---|---|
| 0 | $f_1 = 1$ | $f_2 = 1$ | $f_3 = 1$ |
| 0 | $g_1 = 1$ | $g_2 = 1$ | $g_3 = 1$ |
| 1 | $f_1 = 0.321808176647478$ | $f_2 = 0.146670797315656$ | $f_3 = 0.0521732485668318$ |
| 1 | $g_1 = 0.241641497008773$ | $g_2 = 0.298410105823893$ | $g_3 = 3.18655908107113$ |
| 2 | $f_1 = 0.384099031406901$ | $f_2 = 0.138425776173922$ | $f_3 = 0.0290763184178919$ |
| 2 | $g_1 = 0.215733059387455$ | $g_2 = 0.289753337754216$ | $g_3 = 3.24743684082831$ |
| 3 | $f_1 = 0.386029450360936$ | $f_2 = 0.137670610406493$ | $f_3 = 0.0286876496043864$ |
| 3 | $g_1 = 0.215077700082051$ | $g_2 = 0.289761611156671$ | $g_3 = 3.2486626136856$ |
| 4 | $f_1 = 0.386079207727287$ | $f_2 = 0.137648151373062$ | $f_3 = 0.0286795108175277$ |
| 4 | $g_1 = 0.21506122851403$ | $g_2 = 0.289763472532253$ | $g_3 = 3.24869110728804$ |

# Beispiel: Iterative Lösung des Wilson-Modells, $\beta = 0.1\,\mathrm{min}^{-1}$



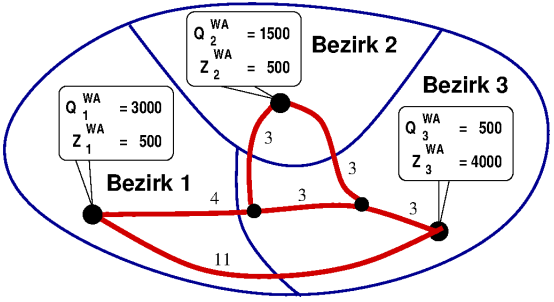

$$q_1 = 0.6, \quad q_2 = 0.3, \quad q_3 = 0.1,$$
$$z_1 = 0.1, \quad z_2 = 0.1, \quad z_3 = 0.8.$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0.4966 & 0.3679 \\ 0.4966 & 1 & 0.5488 \\ 0.3679 & 0.5488 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_i^{(m)} = \frac{q_i}{\sum_j B_{ij} g_j^{(m-1)}}$$
$$g_j^{(m)} = \frac{z_j}{\sum_i B_{ij} f_i^{(m)}}$$

| Iteration | $i = 1$ | $i = 2$ | $i = 3$ |
|---|---|---|---|
| 0 | $f_1 = 1$ | $f_2 = 1$ | $f_3 = 1$ |
| 0 | $g_1 = 1$ | $g_2 = 1$ | $g_3 = 1$ |
| 1 | $f_1 = 0.321808176647478$ | $f_2 = 0.146670797315656$ | $f_3 = 0.0521732485668318$ |
| 1 | $g_1 = 0.241641497008773$ | $g_2 = 0.298410105823893$ | $g_3 = 3.18655908107113$ |
| 2 | $f_1 = 0.384099031406901$ | $f_2 = 0.138425776173922$ | $f_3 = 0.0290763184178919$ |
| 2 | $g_1 = 0.215733059387455$ | $g_2 = 0.289753337754216$ | $g_3 = 3.24743684082831$ |
| 3 | $f_1 = 0.386029450360936$ | $f_2 = 0.137670610406493$ | $f_3 = 0.028678649604386$ |
| 3 | $g_1 = 0.215077700082051$ | $g_2 = 0.289761611156671$ | $g_3 = 3.2486626136856$ |
| 4 | $f_1 = 0.386079207727287$ | $f_2 = 0.137648151373062$ | $f_3 = 0.028679510817527$ |
| 4 | $g_1 = 0.21506122851403$ | $g_2 = 0.289763472532253$ | $g_3 = 3.2486911072880 4$ |

# Beispiel: Iterative Lösung des Wilson-Modells, $\beta = 0.1\,\mathrm{min}^{-1}$



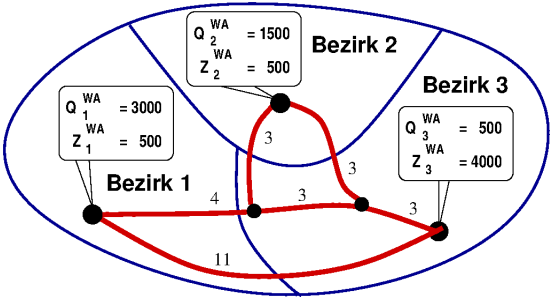

$$q_1 = 0.6, \quad q_2 = 0.3, \quad q_3 = 0.1,$$
$$z_1 = 0.1, \quad z_2 = 0.1, \quad z_3 = 0.8.$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0.4966 & 0.3679 \\ 0.4966 & 1 & 0.5488 \\ 0.3679 & 0.5488 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_i^{(m)} = \frac{q_i}{\sum_j B_{ij} g_j^{(m-1)}}$$
$$g_j^{(m)} = \frac{z_j}{\sum_i B_{ij} f_i^{(m)}}$$

| Iteration | $i = 1$ | $i = 2$ | $i = 3$ |
|---|---|---|---|
| 0 | $f_1 = 1$ | $f_2 = 1$ | $f_3 = 1$ |
| 0 | $g_1 = 1$ | $g_2 = 1$ | $g_3 = 1$ |
| 1 | $f_1 = 0.321808176647478$ | $f_2 = 0.146670797315656$ | $f_3 = 0.0521732485668318$ |
| 1 | $g_1 = 0.241641497008773$ | $g_2 = 0.298410105823893$ | $g_3 = 3.18655908107113$ |
| 2 | $f_1 = 0.384099031406901$ | $f_2 = 0.138425776173922$ | $f_3 = 0.0290763184178919$ |
| 2 | $g_1 = 0.215733059387455$ | $g_2 = 0.289753337754216$ | $g_3 = 3.24743684082831$ |
| 3 | $f_1 = 0.386029450360936$ | $f_2 = 0.137670610406493$ | $f_3 = 0.028687649604386$ |
| 3 | $g_1 = 0.215077700082051$ | $g_2 = 0.289761611156671$ | $g_3 = 3.2486626136856$ |
| 4 | $f_1 = 0.386079207727287$ | $f_2 = 0.137648151373062$ | $f_3 = 0.028679510817527$ |
| 4 | $g_1 = 0.21506122851403$ | $g_2 = 0.289763472532253$ | $g_3 = 3.24869110728804$ |

# Beispiel: Iterative Lösung des Wilson-Modells, $\beta = 0.1\,\mathrm{min}^{-1}$



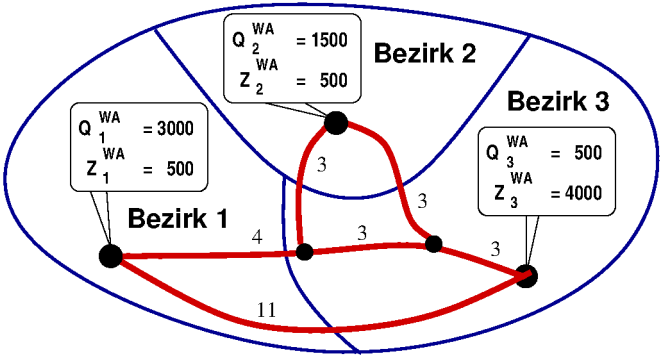

$$q_1 = 0.6, \quad q_2 = 0.3, \quad q_3 = 0.1,$$
$$z_1 = 0.1, \quad z_2 = 0.1, \quad z_3 = 0.8.$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0.4966 & 0.3679 \\ 0.4966 & 1 & 0.5488 \\ 0.3679 & 0.5488 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_i^{(m)} = \frac{q_i}{\sum_j B_{ij} g_j^{(m-1)}}$$
$$g_j^{(m)} = \frac{z_j}{\sum_i B_{ij} f_i^{(m)}}$$

| Iteration | $i = 1$ | $i = 2$ | $i = 3$ |
|---|---|---|---|
| 0 | $f_1 = 1$ | $f_2 = 1$ | $f_3 = 1$ |
| 0 | $g_1 = 1$ | $g_2 = 1$ | $g_3 = 1$ |
| 1 | $f_1 = 0.321808176647478$ | $f_2 = 0.146670797315656$ | $f_3 = 0.0521732485668318$ |
| 1 | $g_1 = 0.241641497008773$ | $g_2 = 0.298410105823893$ | $g_3 = 3.18655908107113$ |
| 2 | $f_1 = 0.384099031406901$ | $f_2 = 0.138425776173922$ | $f_3 = 0.0290763184178919$ |
| 2 | $g_1 = 0.215733059387455$ | $g_2 = 0.289753337754216$ | $g_3 = 3.24743684082831$ |
| 3 | $f_1 = 0.386029450360936$ | $f_2 = 0.137670610406493$ | $f_3 = 0.028687649604386$ |
| 3 | $g_1 = 0.215077700082051$ | $g_2 = 0.289761611156671$ | $g_3 = 3.2486626136856$ |
| 4 | $f_1 = 0.386079207727287$ | $f_2 = 0.137648151373062$ | $f_3 = 0.028679510817527$ |
| 4 | $g_1 = 0.21506122851403$ | $g_2 = 0.289763472532253$ | $g_3 = 3.24869110728804$ |

# Ergebnis der Rechnung für die beidseitig harten RSB




Verkehrsstrommatrix $V_{ij} = VB_{ij} f_i g_j$:

Wilson:

| $V_{ij}$ | 1 | 2 | 3 | $Q_i$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 415 | 278 | 2 307 | 3 000 |
| 2 | 74 | 199 | 1 227 | 1 500 |
| 3 | 11 | 23 | 466 | 500 |
| $Z_j$ | 500 | 500 | 4 000 | 5 000 |

Vgl Zufall:

| $V_{ij}$ | 1 | 2 | 3 | $Q_i$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 300 | 300 | 2 400 | 3 000 |
| 2 | 150 | 150 | 1 200 | 1 500 |
| 3 | 50 | 50 | 400 | 500 |
| $Z_j$ | 500 | 500 | 4 000 | 5 000 |