

Verkehrsdynamik und -simulation

Sommersemester, Lösungsvorschläge zu Übung Nr. 6

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 6.1: Staudynamik I: Unfall

- (a) Durchfluss durch Engstelle: $Q_{\text{out}} = Q_2 = 1800$ Fz/h. Verkehrsdichte im Stau aus rechten ("gestauten") Teil des Fundamentaldiagramms für diesen Fluss: $\rho_2 = 120$ Fz/km.
- (b) Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Stauendes:

$$v_g = \frac{Q_1 - Q_2}{\rho_1 - \rho_2}.$$

$Q_1 = 2700$ Fz/h aus Angabe; $\rho_1 = 30$ Fz/km aus freiem Teil des Fundamentaldiagramms
 \Rightarrow

$$v_{g1} = \frac{2700/\text{h} - 1800/\text{h}}{30/\text{km} - 120/\text{km}} = -10 \text{ km/h}.$$

- (c) Da nach 18h der Zufluss kleiner als der Fluss im Stau ist, wird die maximale Staulänge um 18h erreicht:

$$l_{\text{max}} = -v_g \Delta t = 10 \text{ km}.$$

Maximale Zeit im Stau mit Fahrzeuggeschwindigkeit $v_e = Q_e(\rho)/\rho$,

$$\tau_{\text{max}} = \frac{l_{\text{max}}}{v_e} = \frac{l_{\text{max}} \rho_2}{Q_2} = \frac{2}{3} \text{ h} = 40 \text{ min}.$$

Zeit der Auflösung des Staus:

$$t^* = 18\text{h} + \frac{l_{\text{max}}}{v_{g2}}.$$

Die Gruppengeschwindigkeit v_{g2} des Stauendes nach 18h wird mit dem neuen Zufluss $Q_1 = 900$ Fz/h und der entsprechenden Dichte $\rho_1 = 10$ Fz/km berechnet:

$$v_{g2} = \frac{900/\text{h} - 1800/\text{h}}{10/\text{km} - 120/\text{km}} = +\frac{90}{11} \text{ km/h}.$$

Damit ist $t^* = 19$ h und $2/9$ einer Stunde = 19h und 13 Minuten.

- (d) Die Auflösungszeit von 19h würde nur gelten, wenn dann gleich viele Fahrzeuge wie zum Zeitpunkt des Unfalls auf der Strecke wären. Wegen des geringeren Verkehrsaufkommens beträgt die Verkehrsdichte nach Auflösung jedoch nur 10 Fz/km anstelle 30 Fz/km um 17h. Die restlichen $l_{\text{max}} * 20$ Fz/km = 200 Fahrzeuge benötigen bei einem Zufluss, der 900 Fz/h unter der Kapazität liegt, eine zusätzliche Zeit von $2/9$ h, um aus dem System zu kommen, in Übereinstimmung mit (c).

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 6.2: Staudynamik II: Steigung und Spurzahlreduktion

Teilaufgabe (a)

Die maximale Kapazität Q_{\max} wird durch das Maximum der Fluss-Dichte Relation im Gleichgewicht bestimmt ($l_{\text{eff}} = 1/\rho_{\max}$):

$$Q_e(\rho) = \rho V_e(\rho) = \begin{cases} V_0 \rho & \text{falls } \rho \leq \rho_{\text{crit}}, \\ \frac{1}{T} [1 - \rho l l_{\text{eff}}] & \text{falls } \rho_{\text{crit}} < \rho \leq \rho_{\max}. \end{cases}$$

Das Maximum wird offensichtlich bei der Dichte ρ_{crit} erreicht, wo beide "Zweige" den gleichen Fluss liefern:

$$Q_{\max} = \rho_{\text{crit}} V_0(\rho) = \frac{1}{T} (1 - \rho_{\text{crit}} l l_{\text{eff}})$$

Daraus ergibt sich

$$\rho_{\text{crit}} = \frac{1}{V_0 T + l}, \quad Q_{\max} = \frac{V_0}{V_0 T + l},$$

und damit $Q_{\max} = 2000$ /h/Spur außerhalb der Steigung, und $Q_{\max} = 1440$ /h/Spur innerhalb.

Teilaufgabe (b)

Zunächst muss man bei den extensiven Größen Fluss und Dichte sorgfältig unterscheiden, ob man die über alle Streifen summierten Werte (für die Kapazitäten relevant, dann auch die Kontinuitätsgleichung (Kgl) am einfachsten) oder die spurgemittelten bzw. effektiven Werte (relevant für die Modellbildung und das Fundamentaldiagramm) meint. Konstanter Zufluss über alle Spuren: $Q_{\text{in}} = 2000$ Fz/h.

Für die *totalen* Größen sind flusserhaltende Engstellen wie Spurzahlreduktionen oder Steigungen wie in dieser Aufgabe irrelevant und es gilt wegen der Stationarität (=Fließgleichgewicht, keine lokalen zeitlichen Änderungen, $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \frac{\partial Q}{\partial t} = 0$)

$$\frac{\partial \rho_{\text{tot}}}{\partial t} + \frac{\partial Q_{\text{tot}}}{\partial x} = \frac{\partial Q_{\text{tot}}}{\partial x} = 0$$

und damit überall $Q_{\text{tot}} = Q_{\text{in}} = \text{const.}$

Außerdem herrscht für den ganzen Bereich freien Verkehrs $V_e = V_0$. Also erhält man für Geschwindigkeit und Gesamtdichte

$$V = \begin{cases} 120 \text{ km/h} & \text{Bereiche I,II,IV} \\ 60 \text{ km/h} & \text{Bereich III} \end{cases}, \quad \rho_{\text{tot}} = \frac{Q}{V} = \begin{cases} 16.7 \text{ Fz/km} & \text{Bereiche I,II,IV} \\ 33.3 \text{ Fz/km} & \text{Bereich III} \end{cases}.$$

Optional: Dichte pro Spur: $\rho = \rho_{\text{tot}}/I = 5.55$ Fz/km/Spur im Bereich I, 8.33 Fz/km/Spur in den Bereichen II und IV, sowie 16.7 Fz/km/Spur im Bereich III.

Zusammenfassend gilt:

	Q_{tot} [Fz/h]	Q [Fz/h/Spur]	ρ_{tot} [Fz/km]	ρ [Fz/km/Spur]	V [km/h]
Bereich I	2000	667	16.7	5.55	120
Bereich II	2000	1000	16.7	8.33	120
Bereich III	2000	1000	33.3	16.7	60
Bereich IV	2000	1000	16.7	8.33	120

Teilaufgabe (c)

- **Ort des Zusammenbruchs:** Dort, wo erstmals die Nachfrage von 3600/h die Kapazität überschreitet. Kapazität $K = IQ_{\max} = 6000$ Fz/h (Bereich I), 4000/h (Bereiche II, IV) und 2880/h im Bereich III. Also bricht der Verkehr bei $x = 3$ km zusammen.
- **Zeitpunkt:** Wenn die plötzliche Flussänderung den Ort $x = 3$ km erreicht hat: Gleichung der entsprechenden Schockfront mit $\rho = Q/V_0$:

$$x_{\text{shock}}(t) = v_g(t - 16:00 \text{ h}), \quad v_g = \frac{Q_1 - Q_2}{\rho_1 - \rho_2} = \frac{2000 - 3600 \text{ km}}{16.66 - 30 \text{ h}} = 120 \text{ km/h} = 2 \text{ km/min.}$$

(Die Geschwindigkeit der Schockfront ist im freien Verkehr die Geschwindigkeit der Fahrzeuge.) Aus $x_{\text{shock}} = 3$ km ergibt sich $t=16:01:30$. Zusammenfassung: Siehe Teil (d)

Teilaufgabe (d)

Generell gilt, dass im freien Verkehr die Information sich in Fahrtrichtung ausbreitet, also von stromaufwärts kommt, während sie sich im gebundenen Verkehr (Stau bis Stillstand) *entgegen* der Fahrtrichtung ausbreitet:

- Bei freiem Verkehr bestimmt der Zufluss (die "Nachfrage") die Verkehrsgrößen,
- bei gestautem Verkehr bestimmt die Kapazität der jeweils "aktiven" Engstelle (das "Angebot") diese Größen.

Die "aktive" Engstelle ist dabei meist die mit der geringsten Kapazität (hier: Bereich III), es kann aber durchaus auch vorübergehend eine andere sein (z.B. Bereich II bei einer Nachfrage oberhalb von 4000 Fahrzeugen/h).

Je nach Informationsrichtung kann, aufgrund der Fahrzeugerhaltung, jeweils der nachfrage-seitige oder von der Engstelle bestimmte *Gesamtfluss* Q_{tot} , entsprechend zeitversetzt, direkt übernommen werden. Die anderen Größen ergeben sich dann, je nach Anzahl der Fahrstreifen, der Wunschgeschwindigkeit, der Folgezeit und ob der Zustand ein freier oder gestauter ist.

Flüsse: Der Verkehrsfluss stromabwärts der stauverursachenden Engstelle ist auf die Kapazität der Engstelle beschränkt:

$$Q_{\text{tot}}^{\text{III}} = Q_{\text{tot}}^{\text{IV}} = 2880 \text{ Fz/h.}$$

Da es keine Zu- oder Abfahrten gibt, gilt derselbe Fluss auch im Bereich des gestauten Verkehrs stromaufwärts der Engstelle, $x_c < x < 3$ km (x_c ist der Übergang des freien Verkehrs in den Stau), ansonsten gilt der Verkehrsfluss der Nachfrage am Zufluss:

$$Q_{\text{tot}}^{\text{I}} = \begin{cases} 3600 \text{ Fz/h} & x < x_c, \\ 2880 \text{ Fz/h} & x \geq x_c. \end{cases}$$

(Und für Q^{II} eine entsprechende Gleichung.)

Dichten: Stromabwärts des Beginns der Engstelle, $x = 3$ km, herrscht nach den Prinzipien der Verkehrsdynamik freier Verkehr, also mit $I = 2$ Spuren in den Bereichen III und IV:

$$\rho^{\text{III}} = \frac{Q^{\text{III}}}{2V_0^{\text{III}}} = \underline{\underline{24 \text{ Fz/km/Spur}}}, \quad \rho^{\text{IV}} = \frac{Q^{\text{IV}}}{2V_0^{\text{IV}}} = \underline{\underline{12 \text{ Fz/km/Spur}}}.$$

Stromaufwärts des Staus erhält man für die Bereiche I und II die Dichten analog:

$$\rho^{I, \text{free}} = \frac{Q^I}{3V_0^I} = \underline{\underline{10 \text{ Fz/km/Spur}}}, \quad \rho^{II, \text{free}} = \frac{Q^{II}}{2V_0^{II}} = \underline{\underline{15 \text{ Fz/km/Spur}}}$$

Stromabwärts des Staus, $x > x_c$, erhält man die Dichte *pro Spur* aus der Inversion des "gestauten Zweigs" des Fundamentaldiagramms:

$$\rho_{\text{cong}}(Q) = \frac{1 - TQ}{l_{\text{eff}}}.$$

Und damit mit $T = 1.5 \text{ s}$ und $Q_{\text{cong}} = 2880/I \text{ Fz/h/Spur}$ ($I = 3$ im Bereich I und $I = 2$ im Bereich II):

$$\rho^{I, \text{cong}} = \frac{1 - 1.5 \cdot 2880/(3 \cdot 3600)}{0.01 \text{ km}} = \underline{\underline{60 \text{ Fz/km/Spur}}},$$

$$\rho^{II, \text{cong}} = \frac{1 - 1.5 \cdot 2880/(2 \cdot 3600)}{0.01 \text{ km}} = \underline{\underline{40 \text{ Fz/km/Spur}}}.$$

Zusammenfassend gilt für alle Geschwindigkeiten, Flüsse und Dichten in den Aufgabenteilen (c) und (d) (siehe auch das Fundamentaldiagramm in Abb. 2):

	Q_{tot} [Fz/h]	Q [Fz/h/Spur]	ρ [Fz/km]	ρ_{tot} [Fz/km/Spur]	V [km/h]
Bereich Ia	3 600	1 200	10	30	120
Bereich Ib	2 880	960	60	180	16
Bereich IIa	3 600	1 800	15	30	120
Bereich IIb	2 880	1 440	40	80	36
Bereich III	2 880	1 440	24	48	60
Bereich IV	2 880	1 440	12	24	120

Hierbei bedeuteten die Bereiche Ia und Ib den Bereich I *stromaufwärts* des Staus bzw. *im* Stau (Unterpunkt (i)) und IIa und IIb selbiges für Bereich II (Unterpunkt (ii)). Man beachte, dass im Stau die Gesamtdichte im dreistreifigen Bereich I mehr als *doppelt* so groß ist wie im zweistreifigen Bereich II und fast viermal so hoch wie in der eigentlichen Engstelle

Teilaufgabe (e)

Für die Ausbreitungsgeschwindigkeiten der stromaufwärtigen Staufront, $c = \Delta Q / \Delta \rho$, gilt mit $\Delta Q = (2880 - 3600)/3 = -240 \text{ Fz/h/Spur}$ im Bereich I und $\Delta Q = (2880 - 3600)/2 = -360 \text{ Fz/h/Spur}$ im Bereich II:

$$c_{\text{ab}}^I = \frac{\Delta Q}{\Delta \rho} = \frac{-240}{60 - 10} \text{ km/h} = -4.8 \text{ km/h},$$

$$c_{\text{ab}}^{II} = \frac{\Delta Q}{\Delta \rho} = \frac{-360}{40 - 15} \text{ km/h} = -14.4 \text{ km/h}.$$

Siehe auch das Fundamentaldiagramm in Abb. 2

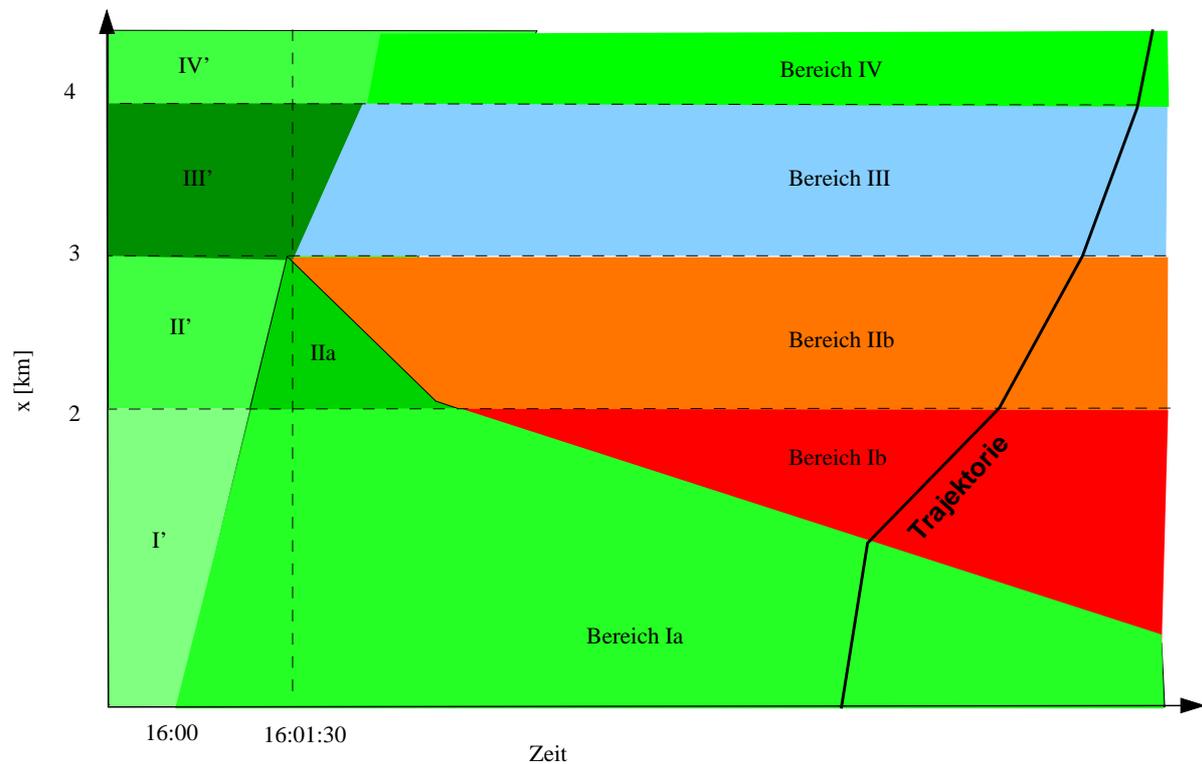


Abbildung 1: Lösung der Teilaufgabe (f)

Teilaufgabe (f)

Abbildung 1 stellt das raumzeitliche Diagramm dar.

Hierbei sind Bereiche gleicher effektiver (spurgemittelter) Dichten ρ gleich farbig gekennzeichnet:

- Bereich I': vor dem Nachfragepeak, $\rho = 5.55 \text{ km}^{-1}$,
- Bereiche II', IV': vor dem Nachfragepeak: $\rho = 8.33 \text{ km}^{-1}$,
- Bereich III': vor dem Nachfragepeak, $\rho = 16.7 \text{ km}^{-1}$,
- Bereich Ia: Nachfragepeak, frei, $\rho = 10 \text{ km}^{-1}$,
- Bereich Ib: Nachfragepeak, gestaut, $\rho = 60 \text{ km}^{-1}$,
- Bereich IIa: Nachfragepeak, frei, $\rho = 15 \text{ km}^{-1}$,
- Bereich IIa: Nachfragepeak, gestaut, $\rho = 40 \text{ km}^{-1}$,
- Bereich III: Maximalflusszustand, $\rho = 24 \text{ km}^{-1}$,
- Bereich IV: stromabwärts des Staus, $\rho = 12 \text{ km}^{-1}$.

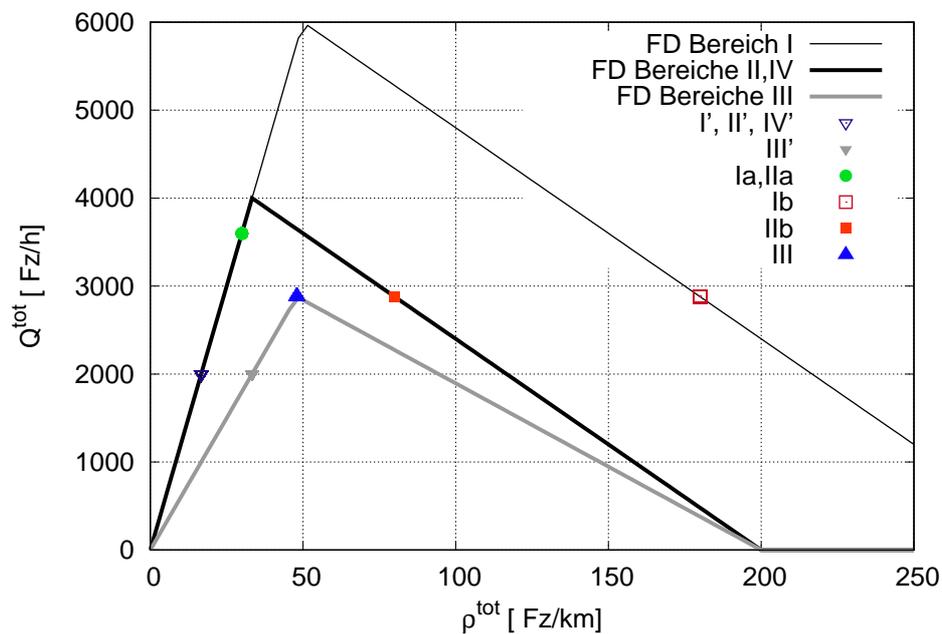


Abbildung 2: Alle Bereiche der Abbildung 1

Die Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Übergänge sind wie folgt:

- Übergänge frei-frei außerhalb der Steigung: $c_{\text{Ia}} = c_{\text{IIa}} = c_{\text{IV}} = V_0 = 120 \text{ km/h}$,
- Übergang frei-Maximalflusszustand innerhalb der Steigung: $c_{\text{III}} = V_{0,\text{III}} = 60 \text{ km/h}$,
- stromaufwärtige Staufront im Bereich II: $c_{\text{IIa}} = -14.4 \text{ km/h}$,
- stromaufwärtige Staufront im Bereich I: $c_{\text{Ia}} = -4.8 \text{ km/h}$,
- Staukopf bzw. stromabwärtige Staufront zwischen den Bereichen II und III: $c_{\text{II, III}} = 0$ (Staukopf "klebt" am Beginn der Engstelle).

Teilaufgabe (g)

Reisezeit für Situation (i) mit der stromaufwärtigen Staufront bei $x = x_c = 1 \text{ km}$ bis zu $x = 4 \text{ km}$:

$$\tau = \frac{x_c}{V_0^I} + \frac{2 \text{ km} - x_c}{V_e(60/\text{km})} + \frac{1 \text{ km}}{V_e(40/\text{km})} + \frac{1 \text{ km}}{60 \text{ km/h}} = 415 \text{ s} = 6 \text{ min } 55 \text{ s}.$$

mit $V_e(60/\text{km}) = 16 \text{ km/h}$ und $V_e(40/\text{km}) = 36 \text{ km/h}$. Der erste Summand beschreibt die freie Fahrt im Abschnitt I, der zweite den Stau im Abschnitt I, der dritte den Stau im Abschnitt II und der vierte die freie Fahrt in der Steigung. Laut Aufgabenstellung wird die freie Fahrt ab $x = 4 \text{ km}$ (30 s) ignoriert. Die Reisezeit beträgt also 6 min und 55 s.

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 6.3: Staudynamik III: Unfall

Teilaufgabe (a)

Die (mikroskopischen) Parameter sind gegeben: $s_0 = 4$ m, $T = 1.5$ s, $v_0 = 28$ m/s = 100.8 km/h, mittlere Fahrzeuglänge $l = 4$ m. Die effektive Länge ist $l_{\text{eff}} = l + s_0 = 8$ m (woraus sich $\rho_{\text{max}} = l_{\text{eff}}^{-1}$ ergibt).

Das Fundamentaldiagramm des *Section-Based-Models* ist gegeben durch

$$Q(\rho) = \begin{cases} Q_{\text{free}} = v_0 \rho & \rho < \rho_c \\ Q_{\text{cong}} = \frac{1}{T} [1 - \rho(s_0 + l)] = \frac{1}{T} (1 - \rho l_{\text{eff}}) & \text{sonst.} \end{cases}$$

mit der Dichte beim Übergang freier \rightarrow gestauter Verkehr aus der Bedingung $Q_{\text{free}} = Q_{\text{cong}}$:

$$\rho_c = \frac{1}{v_0 T + l_{\text{eff}}} = \underline{\underline{20 \text{ Fz/km/Spur.}}}$$

Damit die Kapazität pro Spur:

$$Q_{\text{max}} = v_0 \rho_c = \frac{14}{25} \text{s}^{-1} = \underline{\underline{2016 \text{ Fz/h/Spur.}}}$$

und die Kapazität der gesamten Richtungsfahrbahn:

$$K = 2Q_{\text{max}} = \underline{\underline{4032 \text{ Fz/h.}}}$$

Dies ist größer als die Nachfrage von 3024 Fz/h, also ausreichend.

Die Dichte ρ_1 pro Spur erhält man aus der Inversion des freien Zweiges des Fundamentaldiagramms für $Q_1 = Q_{\text{in}}/2 = 1512$ Fz/h (Umstellen nach ρ):

$$\rho_1 = \frac{Q_1}{v_0} = 0.015 \text{ Fz/m/Spur} = \underline{\underline{15 \text{ Fz/km/Spur}}}$$

und die Reisezeit für die $L = 10$ km lange Strecke ergibt sich durch Konstantfahrt mit v_0 :

$$t_{\text{trav}} = \frac{L}{v_0} = 357 \text{ s} = \underline{\underline{5 \text{ min } 57 \text{ s.}}}$$

Teilaufgabe (b)

Die Kapazität einer Spur $Q_{\text{max}} = 2016/\text{h}$ ist geringer als die Nachfrage $Q_{\text{in}} = 3024$ h. Damit wirkt der Abschnitt mit der Spursperrung als stauverursachende Engstelle.

Da während der Spursperrung die stromabwärtige Staufront stationär ist, ist der Ausfluss aus dem Stau Q_{max} auf der einen verbleibenden freien Spur gleich dem über *beide* Spuren summierten Fluss im Stau stromaufwärts der Engstelle:

$$Q_2 = \frac{Q_{\text{max}}}{2} = \underline{\underline{1008 \text{ Fz/h/Spur.}}}$$

Und damit die Verkehrsdichte pro Spur aus der Inversion des gestauten Zweigs $Q_{\text{cong}}(\rho)$:

$$\rho_2 = \rho_{\text{cong}}(Q_2) = \frac{1 - Q_2 T}{l_{\text{eff}}} = \underline{\underline{72.5 \text{ Fz/km/Spur.}}}$$

Schließlich die Geschwindigkeit innerhalb des gestauten Verkehrs aus der hydrodynamischen Relation:

$$V_2 = \frac{Q_2}{\rho_2} = \underline{\underline{14 \text{ km/h}}}.$$

Im Bereich der Engstelle selbst herrscht auf dem einen verbleibenden Fahrstreifen der *Maximalflusszustand*:

$$Q_3 = K_{\text{bottl}} = 2016 \text{ Fz/h}, \quad V_3 = V_0 = 28 \text{ m/s}, \quad \rho_3 = \frac{Q_3}{V_3} = \rho_c = 20 \text{ Fz/h}.$$

Teilaufgabe (c)

Ausbreitungsgeschwindigkeit:

$$v_g^{\text{up}} = \frac{Q_2 - Q_1}{\rho_2 - \rho_1} = \frac{1008 - \frac{3024}{2}}{72.5 - 15} = \underline{\underline{-8.77 \text{ km/h}}} = -2.435 \text{ m/s}.$$

Teilaufgabe (d)

Nun ist der Gesamtausfluss aus dem Stau gleich $Q_3 = 2Q_{\text{max}} = 4032 \text{ Fz/h}$, die entsprechende Dichte $\rho_3 = Q_3/v_0 = 40/\text{km}$ und die stromabwärtige Staufront beginnt sich zu bewegen mit der Geschwindigkeit (Achtung, spurbezogene Größen)

$$v_g^{\text{down}} = \frac{\frac{1}{2}Q_3 - Q_2}{\frac{1}{2}\rho_3 - \rho_2} = \frac{\frac{4032}{2} - 1008}{20 - 72.5} = \underline{\underline{-19.2 \text{ km/h}}} = -5.333 \text{ m/s}$$

Der Stau löst sich auf, wenn sich die beiden Staufronten treffen. Aus den Bewegungsgleichungen der beiden Staufronten (mit t in Sekunden seit 15h, der halbstündigen Sperrung von 1800 Sekunden und $L = 10 \text{ km}$):

$$\begin{aligned} x_{\text{up}}(t) &= L + v_g^{\text{up}}t, \\ x_{\text{down}}(t) &= L + v_g^{\text{down}}(t - 1800 \text{ s}) \end{aligned}$$

ergibt sich durch Gleichsetzen der Orte $x_{\text{up}}(t_{\text{dissolve}}) = x_{\text{down}}(t_{\text{dissolve}})$

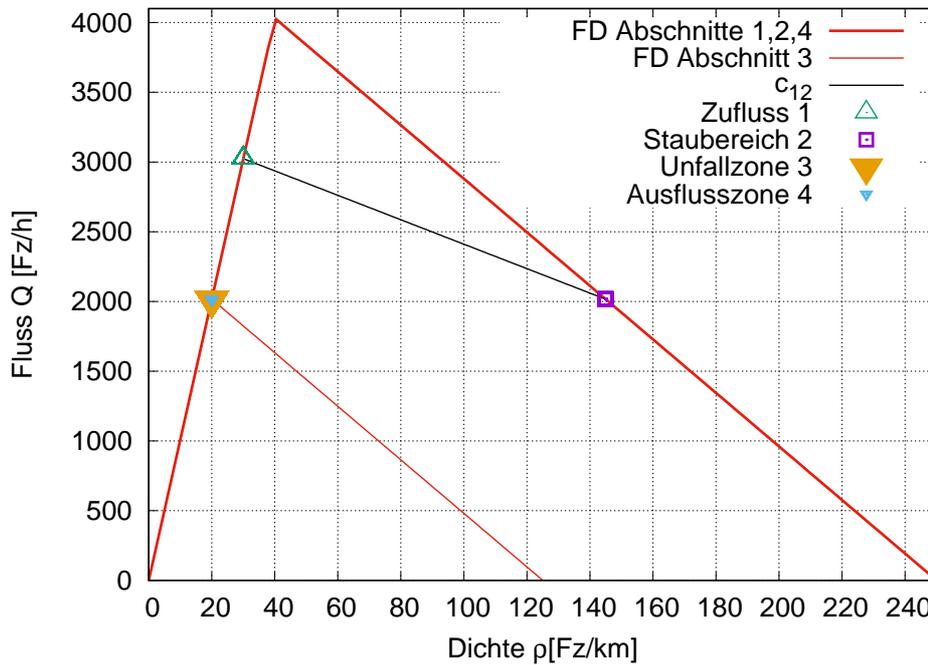
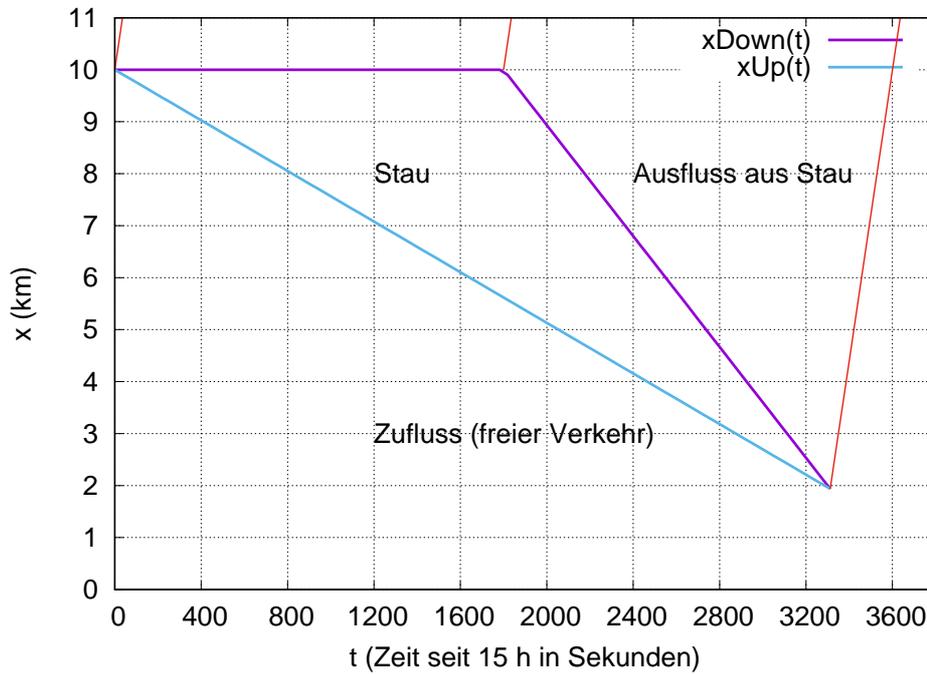
$$t_{\text{dissolve}} = 1800 \text{ s} \frac{v_g^{\text{down}}}{v_g^{\text{down}} - v_g^{\text{up}}} = \underline{\underline{3312 \text{ s}}}$$

(Bemerkung: Wenn man als Bezugszeitpunkt die Uhrzeit 15 : 30 h nimmt, bekommt man $t_{\text{dissolve}} = 1800 \text{ s} + 1800 \text{ s} v_g^{\text{up}} / (v_g^{\text{up}} - v_g^{\text{down}}) = 3312 \text{ s}$, also das selbe Ergebnis.)

Teilaufgabe (e)

Dazu braucht man noch den Ort der Stauauflösung:

$$x_{\text{dissolve}} = x_{\text{up}}(t_{\text{dissolve}}) = \underline{\underline{1936 \text{ m}}}.$$



Teilaufgabe (f)

Zunächst Schnitt der Trajektorie des mit v_0 zur Zeit $t=15:30$ den Ort $x = 0$ passierenden Fahrzeugs mit der stromaufwärtigen Staufront: Zunächst ergibt sich die Staueintrittszeit t_{up}

(bezogen auf 15:00 h)

$$v_0(t_{\text{up}} - 1800 \text{ s}) = L + v_g^{\text{up}} t_{\text{up}}$$

und damit

$$t_{\text{up}} = \frac{L + 1800v_0}{v_0 - v_g^{\text{up}}} = 1984.6 \text{ s.}$$

Der Ort des Staueintritts ergibt sich durch Einsetzen in die linke oder rechte Seite dieser Gleichung:

$$x_{\text{up}} = L + v_g^{\text{up}} t_{\text{up}} = 5167.6 \text{ m.}$$

Nach dem Staueintritt fährt das Fahrzeug mit der Geschwindigkeit $v_{\text{cong}} = Q_2/\rho_2 = 3.86 \text{ m/s}$ bis zur stromabwärtigen Stau-Auflösungszone weiter. Die Zeit t_{down} beim Passieren dieser Zone ist gegeben durch

$$x_{\text{up}} + v_{\text{cong}}(t_{\text{down}} - t_{\text{up}}) = L + v_g^{\text{down}}(t_{\text{down}} - 1800 \text{ s}).$$

Daraus ergibt sich

$$t_{\text{down}} = \frac{v_{\text{cong}} t_{\text{up}} + L - 1800v_g^{\text{down}} - x_{\text{up}}}{v_{\text{cong}} - v_g^{\text{down}}} = 2403.2 \text{ s.}$$

Der entsprechende Ort ergibt sich wieder durch Einsetzen:

$$x_{\text{down}} = x_{\text{up}} + v_{\text{cong}}(t_{\text{down}} - t_{\text{up}}) = 6783.4 \text{ m.}$$

Schließlich fährt das Fahrzeug bis zum Ende des betrachteten Streckenabschnitts wieder mit der Geschwindigkeit v_0 , so dass sich die Austrittszeit ergibt durch

$$t_{\text{end}} = t_{\text{down}} + \frac{L - x_{\text{down}}}{v_0} = 2518.1 \text{ s.}$$

Die gesamte Reisezeit ist somit

$$T_{\text{travel}} = t_{\text{end}} - 1800 \text{ s} = \underline{\underline{718.1 \text{ s.}}}$$