Lösungsvorschlag zur
Klausur zur Vorlesung Methoden der Verkehrsökonometrie
Master-Studiengang
WS 2016/17

Aufgabe 1 (50 Punkte)

(a) Es handelt sich um eine Stated-Choice Erhebung, da es sich um hypothetische Situationen ("zu einem hypothetischen Ziel") handelt.

(b) Es wurden 10 Personen befragt ($Y_1 + Y_2$ in jeder Zeile). Jede Person beantwortete 6 binäre Entscheidungen, insgesamt also 60 binäre Entscheidungen.

(c) Der vollständige Satz an ACs würde hier $I - 1 = 1$ alternativenspezifische Konstante enthalten. Hier sind jedoch beide Alternativen *qualitativ* gleich ("ÖPNV"), nur *quantitativ* unterschiedlich (Zeit, Taktzeit, Preis). Wären sie auch quantitativ gleich, wären sie identisch, so dass eine Asymmetrie erzeugende AC keinen Sinn ergibt.

(d) Da alle drei Attribute auch von den Alternativen abhängen, wäre prinzipiell sowohl eine generische als auch eine alternativenspezifische Formulierung möglich (bei nicht von der Alternative abhängigen Faktoren wie sozioökonomischen Variablen käme nur eine alternativenspezifische Formulierung in Betracht). Hier sind jedoch (vgl. (c)) beide Alternativen qualitativ gleich, so dass eine künstliche Asymmetrie wie verschiedene Zeitwerte bei der ersten und zweiten Alternative unsinnig wäre.

(e) Die deterministischen Nutzenfunktionen lauten

$$V_{ni} = \beta_1 F_{ni} + \beta_2 T_{ni} + \beta_3 T_{ni}^{\mathrm{T}} + \beta_4 m_{ni}.$$

* β_1: Preissensitivität in NE/Euro; Vorzeichen negativ erwartet.
* β_2: Zeitsensitivität in NE/Minute; Vorzeichen negativ erwartet.
* β_3: Sensitivität bezüglich der Taktzeiten in NE/Minute; Vorzeichen negativ erwartet, da kürzere Taktzeiten besser sind.
* β_4: Nutzenänderung pro Umstieg in NE; Vorzeichen negativ erwartet, da bei gleichen Zeiten und Kosten weniger Umstiege besser sind.

(f) Zu den vier Parametern gehören vier Merkmalssummen, die bei erfolgreicher Schätzung in der Realisierung und im Modell gleich sind.

Realisierung:

$$\boldsymbol{X}^{\text{ data}} = \sum_{n,i} y_{ni} \ \boldsymbol{x}_{ni}$$

mit

$$\boldsymbol{x}_{ni} = (F_{ni}, T_{ni}, T_{ni}^{\mathrm{T}}, m_{ni})'$$

(wobei $'$ für "transponiert" steht). Also

$$
\begin{aligned}
X_1^{\text{data}} &= \sum_{ni} y_{ni} F_{ni} = (1*2 + 9*0 + 9*1 + 1*0 + 4*1) \text{ Euro} = 15 \text{ Euro} \\
X_2^{\text{data}} &= \sum_{ni} y_{ni} T_{ni} = (1*20 + 9*40 + 9*20 + 1*40 + ...) \text{ Min} = 1964 \text{ Min} \\
X_3^{\text{data}} &= \sum_{ni} y_{ni} T_{ni}^{\text{T}} = (1*10 + 9*10 + 9*15 + 1*15 + ...) \text{ Min} = 745 \text{ Min} \\
X_4^{\text{data}} &= \sum_{ni} y_{ni} m_{ni} = 1*1 + 9*1 + 9*0 + 1*0 + ... = 39 \,\text{Umstiege}
\end{aligned}
$$

Modellierte Merkmalssummen bei $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{0}$ (mit $y_n = y_{n1} + y_{n2} = 10$ Entscheidungen pro Person):

$$
\boldsymbol{X}^{\text{ MNL}} = \sum_{n,i} y_n F_{ni} \; \boldsymbol{x}_{ni}, \qquad \boldsymbol{X}^{\text{ MNL}}(\,\mathbf{0}) = \sum_{n,i} y_n/2 \; \boldsymbol{x}_{ni} = 5 \sum_{n,i} \; \boldsymbol{x}_{ni}
$$

Damit

$$
\begin{aligned}
X_1^{\text{MNL}}(\,\mathbf{0}) &= 5*4 \,\text{Euro} = 20 \,\text{Euro}, \\
X_2^{\text{MNL}}(\,\mathbf{0}) &= 5 \sum_{ni} T_{ni} = 1940 \,\text{Min}, \\
X_3^{\text{MNL}}(\,\mathbf{0}) &= 5 \sum_{ni} T_{ni}^{\text{T}} = 825 \,\text{Min}, \\
X_4^{\text{MNL}}(\,\mathbf{0}) &= 5*8 = 40 \,\text{Umstiege}.
\end{aligned}
$$

(g)
* $\beta_2/\beta_1 = 0.0767$ Euro/Minute: Der Zeitwert einer Minute ist 0.0767 Euro bzw eine Stunde ist $60\beta_2/\beta_1 = 4.6$ Euro wert.
* $\beta_3/\beta_2 = 0.917$: Die Taktzeit wird etwas weniger (Faktor 0.917) gewichtet als die Reisezeit. (*Hinweis:* käme man zufällig an eine Haltestelle an, müsste man im mittel die halbe Taktzeit warten; von daher wäre $\beta_3/\beta_2 = 0.5$ plausibel).
* $\beta_4/\beta_2 = 7.09$ Minuten: Ein zusätzlicher Umstieg wird als genauso nachteilig empfunden wie 7.09 Minuten zusätzliche Reisezeit.

(h) Erstes Choice Set:

$$
\begin{aligned}
V_1 &= 2\beta_1 + 20\beta_2 + 10\beta_3 + \beta_4 = -16.69, \\
V_2 &= 0\beta_1 + 40\beta_2 + 10\beta_3 + \beta_4 = -15.07,
\end{aligned}
$$

Damit der Nenner

$$
N = e^{V_1} + e^{V_2} = 3.42 * 10^{-7}
$$

und damit die erwarteten Häufigkeiten

$$
\begin{aligned}
h_1 &= y_1 F_1 = 10 F_1 = 10 e^{V_1}/N = 1.65, \\
h_2 &= y_1 F_2 = 10 F_2 = 10 e^{V_2}/N = 8.35,
\end{aligned}
$$

wobei wieder $y_1 = y_{11} + y_{12} = 10$ die Zahl der Personen angibt, welche dieses Choice Set beantworteten.

(i) Likelihood-Ratio-Test mit den üblichen vier Stufen:

1. H_0: Das restringierte Modell erklärt die Daten gleich gut,
2. Testvariable:

$$\lambda^{\text{LR}} = 2(\tilde{L} - \tilde{L}^{\text{r}}) \sim \chi^2(M - M_r) = \chi^2(4-2) = \chi^2(2),$$

3. Auswertung aus der Stichprobe:

$$\lambda^{\text{data}} = 2(-29.8 + 40.7) = 21.8,$$

4. Entscheidung: H_0 ist bei einer Fehlerwahrscheinlichkeit von $\alpha = 1\,\%$ ablehnbar, falls $\lambda^{\text{data}} > \chi^2_{2,0.99} = 9.21$. Dies ist erfüllt, also erklärt das volle Modell den Sachverhalt signifikant besser.

Häufige Fehler

(c) Schon oft gesagt: aufgabenspezifisch antworten. *Generell* gibt es $I-1$ ACs, also hier eine. Aber *im konkreten Sachverhalt* kann man von vorneherein sagen, dass diese AC hier =0 sein muss.

(d) dito: *generell* ist hier alternativenspez. und generische Formulierung möglich, *hier* kommt aber wegen der Gleichartigkeit der Alternativen nur die generische Formulierung in Frage.

(e) Charakterisierung der Variablen nicht nach "Schema F", "$\beta_i = i$-Sensitivität": Das passt manchmal ("Zeitsensitivität"), ist aber manchmal nichtssagend wie "Umstiegssensitivität". Hier z.B. "Nutzenänderung pro Umstieg in NE (negativ erwartet)".

(e) Genau lesen: es geht um die Taktzeit, nicht um die Taktrate: eine höhere Taktzeit ist schlecht, eine höhere Taktzahl/Taktrate bzw. abgekürzt ein höherer "Takt" ist gut.

Aufgabe 2 (20 Punkte)

(a) Bei den einzelnen Kriterien werden Schulnoten von 1-6 eingetragen, wobei *tatsächliche* Ereignisse bewertet werden: Revealed Preference. Beim Platz wird ein Ranking (Platz1 bis Platz 5) vorgenommen: Revealed Ranking. Wären es hypothetische Ereignisse (unbekannte Städte mit vermuteten Eigenschaften), wäre es Stated Preference bzw. Stated Ranking.

(b) Metrisch - metrisch - ordinal - ordinal. Wenn man die Pünktlichkeit auf eine Maßzahl bezieht, z.B. Anteil der Züge mit weniger als 3 Minuten Verspätung oder Erwartungswert der Verspätung, kann man die Pünktlichkeit auch metrisch statt ordinalskaliert ansehen.

(c) Hier könnte man das "relative Design" ansetzen. Es gibt dann nur 2 Alternativen: "Dresden" und "andere Stadt". Der ÖV der "anderen Stadt" könnte z.B. 20 % schneller und gleich teuer sein sowie eine doppelter Taktzeit aufweisen und man könnte entscheiden, ob man dies besser als den erlebten Dresdner ÖV fände.

(d) Ja, da Stated Ranking auch Stated Choice einschließt: Die Alternative auf Platz 1 ist die gewählte Alternative. Andererseits gehen dabei

- die Rangordnungsinformationen (welche Alternative ist auf Platz 2, welche auf Platz 5) verloren,
- die subjektiven Schulnotenbewertungen und damit die relativen Präferenzen verloren. Beispielsweise könnte es sein, dass Platz 2 fast so attraktiv ist wie Platz 1 (beide Schulnote 2) oder Platz 1 die einsame Spitze darstellt (Schulnote 1, alle anderen Alternativen bekommen Fünfer und Sechser).

Häufige Fehler

- "Stated" bzw. "revealed" bezieht sich auf die Virtualität der Ereignisse, nicht darauf, ob das Ergebnis objektiv (realisierte Wahl) oder subjektiv (Bewertung) ist. Hier werden reale Ereignisse (tatsächlich durchgeführte Städtetrips) beurteilt, also "revealed".
- Unterscheiden Sie zwischen den Attributen (exogene Variable) und der Bewertung (endogene Variable).

Aufgabe 3 (50 Punkte)

(a) Level und Geschlecht: nominalskaliert - dichotom (zweiwertig); Radtyp: nominal; Preis: kardinalskaliert bzw. metrisch.

(b) Bei nominalskalierten (und auch ordinalskalierten) Variablen benötigt man i.A. mehrere lineare Faktoren, und zwar einen weniger als es Zahl der Ausprägungen gibt: Die Ausprägung ohne Dummy ist die Referenzausprägung. Die dichotomen Merkmale Level und Geschlecht kommen also mit jeweils einem Faktor (=Dummy) aus, während die dreiwertige Variable "Radtyp" zwei Dummies für Rennrad gegenüber TB und MTB gegenüber TB benötigt. Bei der metrischen Variable "Preis" ist die exogene Variable direkt der lineare Faktor. Deshalb enthält das Modell neben der Konstante fünf lineare Faktoren bei vier exogenen Variablen.

(c)
- Geschwindigkeitsänderung pro 100 Euro Radpreis:

$$\Delta y = \beta_5 100\,\text{Euro} = 0.26\,\text{km/h}$$

- Geschwindigkeitsunterschied RR-MTB bei sonst gleichen Bedingungen:

$$\Delta y = \beta_4 - \beta_3 = 7.88\,\text{km/h}$$

(man beachte die Referenzausprägung: RR-MTB=RR-TB – (MTB-TB))

(d) erwartete Geschwindigkeit einer sportlichen ($x_1 = 1$) Fahrerin ($x_2 = 0$) auf einem 1400 Euro teuren ($x_5 = 1400$) MTB ($x_3 = 1, x_4 = 0$):

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_3 + 1400\hat{\beta}_5 = 17.97\,\text{km/h}.$$

(e) β_4 ist der erwartete Geschwindigkeitsunterschied zwischen einem Rennrad und einem Trekkingbike bei sonst gleichen Bedingungen. Konfidenzintervall bei $\alpha = 5\,\%$:

$$\text{KI}_{\beta_4}(\alpha = 5\,\%) = [\hat{\beta}_4 - \Delta\hat{\beta}_4, \hat{\beta}_4 + \Delta\hat{\beta}_4]$$

mit

$$\Delta\hat{\beta}_4 = \sqrt{\hat{V}_{44}}t_{0.975}^{10-6} = \sqrt{1.02}\;2.776 = 2.80$$

und damit

$$\text{KI}_{\beta_4}(\alpha = 5\,\%) = [4.53, 10.13].$$

(f) Wieder die bekannten vier Schritte eines jeden Signifikanztests:

1. Nullhypothese H_0: Als Nullhypothese muss man immer das Gegenteil der statistisch zu bestätigenden Behauptung annehmen: "Der Geschwindigkeitsunterschied RR-TB ($=\beta_4$) ist kleiner als zwischen sportlicher und gemütlicher Fahrweise ($=\beta_1$)", also[1]

$$H_0 : \gamma = \beta_4 - \beta_1 < 0.$$

2. Testvariable T: Die bei (grenzwertiger) Erfüllung von H_0 Student-t(4) verteilte Test-Variable T ist wie üblich die Entfernung vom Rand von H_0 in Einheiten der geschätzten Standardabweichung:

$$T = \frac{\hat{\gamma}}{\sqrt{\hat{V}(\hat{\gamma})}} \sim T(4).$$

3. Stichprobenwert t der Testvariable: Es gilt

$$\begin{aligned} \hat{\gamma} &= \hat{\beta}_4 - \hat{\beta}_1 = 4.00, \\ \hat{V}(\hat{\gamma}) &= \hat{V}_{44} + \hat{V}_{11} - 2\hat{V}_{14} = 1.02 + 0.493 - (-0.220) = 1.953 \end{aligned}$$

und damit

$$t = \frac{4.00}{\sqrt{1.95}} = 2.86.$$

4. Testentscheidung bei $\alpha = 5\%$: H_0 kann widerlegt werden, falls $t > t_{0.95}^{(4)} = 2.132$. Dies ist gegeben. Man hat also gezeigt, dass der Unterschied zwischen RR und TB mehr ausmacht als zwischen sportlichen und gemütlicher Fahrweise. Oder anders ausgedrückt: Ein gemütlicher Rennradfahrer ist schneller unterwegs als ein sportlicher Trekking-Bike Fahrer.

[1] Es wurde hier plausiblerweise angenommen, dass ein Rennrad schneller als ein TB ist sowie man sportlich schneller fährt als gemütlich. Ansonsten müsste man noch Betragszeichen bei den β's einfügen, was hier eine unnötige Verkomplizierung wäre.

(g) Wenn H_{02}: "Frauen sind gleich schnell oder schneller unterwegs wie Männer" widerlegt werden kann, sollte die Teilmenge H_{01}: "Frauen sind gleich schnell unterwegs wie Männer" erst recht widerlegbar sein. Diese Mengenaussagen beziehen sich jedoch auf die unter Berücksichtigung der Daten gegebenen *tatsächlichen* Wahrscheinlichkeiten, während statistische Tests nur konstruierte bedingte Wahrscheinlichkeiten der Art "wenn H_0 (grenzwertig) erfüllt ist, dann ergeben die Daten nur mit Wahrscheinlichkeit p einen Wert extremer als die tatsächliche Realisierung t"

Für die unter Berücksichtigung der Daten vorliegenden *tatsächlichen* Wahrscheinlichkeiten, für die die Logik der Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen ("die Wahrcheinlichkeit einer Teilmenge von Ereignissen kann nie größer sein als die der zugrundeliegenden Obermenge" muss man den Satz von Bayes anwenden: Es sei folgendes Ereignis definiert:

* E: Die Stichprobe ergibt einen gleich großen oder extremeren Wert der Testvariablen als der vorliegende Wert t. Hier ist also beim Punkttest E_1: $|T| \geq 3.93$ und beim Intervalltest E_2: $T \geq 3.93$.

Damit gilt für die tatsächliche Wahrscheinlichkeit, dass H_{01} zutrifft, unter Berücksichtigung der Daten, also von E:

$$P(H_{01}|E_1) = \frac{P(E_1|H_{01})P(H_{01})}{P(E_1)} = p_1 \frac{P(H_{01})}{P(E_1)}$$

mit dem p-Wert $p_1 = P(E_1|H_{01})$ des gewöhnlichen Punkttests. Nun ist aber $P(H_{01}) = 0$ (die Wahrscheinlichkeit, eine vorgegebene reelle Zahl exakt gleich zu treffen, ist gleich null) und die unbedingte Wahrscheinliochkeit $P(E_1) > 0$, so dass $P(H_{01}|E_1) = 0$.

Für die Nullhypothese H_{02} erhält man analog:

$$P(H_{02}|E_2) = \frac{P(E_2|H_{02})P(H_{02})}{P(E_2)} = p_2' \frac{P(H_{02})}{P(E_2)}$$

Hierbei ist $p_2' = P(E_2|H_{02}) \leq p_2 = P(E_2|H_{02}^*)$ kleiner oder gleich groß wie der p Wert p_2, der sich für eine grenzwertige Erfüllung von H_{02} (Ereignis H_{02}^*) ergibt, aber er ist ebenso wie die unbedingten Wahrscheinlichkeiten $P(H_{02})$ und $P(E_2)$ strikt > 0, so dass $P(H_{02}|E_2) > 0 = P(H_{01}|E_1)$. Damit ist die Logik wieder gegeben: Die Realisierung der Untermenge H_{01} von H_{02} ist tatsächlich unwahrscheinlicher als die von H_{02} selbst, auch wenn $p_1 > p_2$ ist.

Hinweis: Jede, auch eine viel kürzere, Argumentation mit dem Satz von Bayes ergibt bei Schlüssigkeit volle Punktzahl.

Hinweis2: Argumentiert man nur mit der Nullhypothese bzw. deren Ablehnungsbereiche, gibt es 3 von 6 Punkten. Wird $p_{\text{zweiseitig}} = 2p_{\text{einseitig}}$ erwähnt, gibt es einen weiteren Punkt.

Häufige Fehler

(d) Aufpassen auf die Formulierung! Hier war der Dummy=0 für Frauen, nicht wie in den Übungen für Männer. Nicht einfach aus dem Übungsmaterial abkupfern!

(e) Bei mit Dummies modellierten nominal-/ordinalskalierten Variablen muss man bei der Interpretation *immer* die Referenz (sowie die Einheit) angeben. Die Antwort "β_4 gibt an, um wieviel km/h das Rennrad schneller ist" oder "β_4 ist der Geschwindigkeitsvorteil des Rennrades" ist nichtssagend: Korrekt: "β_4 ist der Geschwindigkeitsvorteil des Rennrades

  - *gegenüber TB oder sonstigen Rädern*
  - in km/h."

(f) Als Nullhypothese muss man immer das *Gegenteil* der statistisch zu belegenden Aussage annehmen, also hier "Der Geschwindigkeitsunterschied RR-TB, β_4, ist *kleiner* als der zwischen sportlicher und gemütlicher Fahrweise, β_1, also $H_0 : \beta_4 - \beta_1 < 0$.

(f) Hier soll die Differenz *zweier* Zufallsgrößen untersucht werden. Also nicht eine davon auf einen festen Wert (=dem Stichprobenwert) setzen. Anstelle zB $\hat{\beta}_4 - 3.33$ im Zähler der Testvariablen wirklich die Varianz von $\hat{\beta}_4 - \hat{\beta}_1$ berechnen, um t zu bestimmen.

(g) A-Priori Argumente wie "Frauen sind sowieso langsamer, also treffen weder H_{01} noch H_{02} zu" können Vorurteile sein, oder auch nicht. In jedem Fall sind sie *kein* Ausgangspunkt für irgendeine statistische Überlegung. Statistik ist ja gerade dazu da, um evtl. Vorurteile widerlegen zu können!