

**Lösungsvorschlag zur  
Klausur zur Vorlesung Methoden der Verkehrsökonomie  
für Master-Studierende  
WS 2013/14**

**Aufgabe 1 (70 Punkte)**

- (a) Es liegt eine Messung objektiv vorkommender Ergebnisse vor, also Revealed-Choice.

*Hinweis:* Dies ist einer der wenigen Fälle, in welchem man Wahlverhalten objektiv messen kann, anstelle es befragen zu müssen, was sonst i.A. sowohl bei Stated als auch Revealed Choice der Fall ist.

- (b) Bei der deterministische Nutzenfunktionen

$$V_{ni} = (\beta_1 + \beta_2 s_n + \beta_3 v_n) \delta_{i1}$$

ist die Alternative 2 die Referenz, da diese keine alternativenspezifische Konstante erhält (die für die Alternative 1 ist  $\beta_1$ ).

- $\beta_2$  ist die Abstandssensitivität.  $\beta_2 > 0$ , da es nur die Alternative 1: “Lücke zum Einfahren nutzen” beeinflusst und es umso sinnvoller ist, eine Lücke zu nutzen, je größer sie ist.
  - $\beta_3$  ist die Geschwindigkeitssensitivität.  $\beta_3 < 0$  ist plausibel, da bei fester Lücke diese umso unattraktiver wird, je schneller ein Fahrzeug heranfährt.
  - $\beta_1$  ist der Nutzenunterschied Alternative 1 gegenüber 2, falls die Lücke und die geschwindigkeit null betragen. Nicht wirklich anschaulich!
- (c) Vom *formalen* Standpunkt aus sind  $s_n$  und  $v_n$  sozioökonomische Variable da diese Faktoren—analog zu sozioökonomischen Faktoren—für beide Alternativen gleich sind und man sie deshalb alternativenspezifisch formulieren muss.
- (d) Realisierte Merkmalssummen:

- Parameter  $\beta_1$ :  $M_1^{\text{data}} = \sum_{n=1}^{11} y_{n1} = 9$  (Zahl der tatsächlich genutzten Lücken)
- Parameter  $\beta_2$ :  $M_2^{\text{data}} = \sum_{n=1}^{11} s_n y_{n1} = 360$  (Abstandssumme [m] der tatsächlich genutzten Lücken)
- Parameter  $\beta_3$ :  $M_3^{\text{data}} = \sum_{n=1}^{11} v_n y_{n1} = 270$  (Geschwindigkeitssumme [km/h] der tatsächlich genutzten Lücken)

Bei  $\beta = \mathbf{0}$  folgen die Auswahlwahrscheinlichkeiten  $P_{n1} = P_{n2} = 1/2$  bzw. die erwarteten Häufigkeiten  $y_{n1}^{\text{theo}} = (y_{n1} + y_{n2})/2$  für die erste (und auch die zweite) Alternative. Damit ergeben sich folgende theoretische Merkmalssummen:

- Parameter  $\beta_1$ :  $M_1^{\text{theo}} = \sum_{n=1}^{11} (y_{n1} + y_{n2})/2 = 9$  (erwartete Zahl der genutzten Lücken)

- Parameter  $\beta_2$ :  $M_2^{\text{theo}} = \sum_{n=1}^{11} s_n(y_{n1} + y_{n2})/2 = 316$  (erwartete Abstandssumme [m] der genutzten Lücken)
- Parameter  $\beta_3$ :  $M_3^{\text{theo}} = \sum_{n=1}^{11} v_n(y_{n1} + y_{n2})/2 = 317.5$  (erwartete Geschwindigkeitssumme [km/h] der genutzten Lücken)

*Bemerkung:* Offensichtlich nutzen die Leute tatsächlich eher die größeren Lücken ( $M_2^{\text{data}} > M_2^{\text{theo}}$ ) und Lücken, bei denen die heranfahrenden Fahrzeuge langsam sind ( $M_3^{\text{data}} < M_3^{\text{theo}}$ ).

- (e) Die Parameter (Schätzer  $\pm$  Standardabweichung) sind nach Aufgabenstellung gegeben durch

$$\beta_1 = -0.49 \pm 0.2, \quad \beta_2 = 0.022 \pm 0.025, \quad \beta_3 = -0.009 \pm 0.023.$$

Für die Berechnung der Wahrscheinlichkeit sind nur die Schätzer selbst nötig. Damit für den ersten Datensatz

$$V_{11} = -0.058, \quad V_{12} = 0$$

und damit die Logit-Wahrscheinlichkeit dafür, dass Alternative 1 gewählt wird:

$$P_1 = \frac{e^{V_1}}{e^{V_1} + 1} = \frac{1}{1 + e^{-V_1}} = \frac{1}{1 + e^{-(\beta_1 + 36\beta_2 + 40\beta_3)}} = 48.6 \%$$

- (f) Zunächst  $z$ -Test der Parameter  $\beta_2$  und  $\beta_3$  einzeln:

- $\beta_2$ :  $H_0 : \beta_2 = 0$ ;  $z = \frac{-0.022}{0.025} = 0.88$ . Gleichseitigen Test:  $H_0$  abgelehnt, falls  $|z| = 0.88 > z_{1-\alpha/2} = z_{0.975} = 1.96$ . Dies ist nicht der Fall  $\Rightarrow \beta_2$  ist bei einer Fehlerwahrscheinlichkeit  $\alpha = 5\%$  nicht signifikant (von null verschieden).

*Hinweis:* Die minimale Fehlerwahrscheinlichkeit für eine Ablehnung beträgt nach der Formel für zweiseitige Tests  $p = 2(1 - \Phi(|z|)) = 38\%$ .

- $\beta_3$  analog:  $z = \frac{-0.009}{0.023} = 0.39$ ,  $z_{0.975} = 1.96 \Rightarrow$  bei  $\alpha = 5\%$  nicht signifikant ( $p = 2(1 - \Phi(|z|)) = 70\%$ ).

Likelihood-Ratio (LR) Test: Das volle Modell hat drei Parameter, das Konstantenmodell einen, die LR-Testvariable ist demgemäß  $\chi^2(3-1)$ -verteilt:

$$\lambda^{\text{LR}} = 2 \left( \tilde{L}_{\max}^{\text{vollesModell}} - \tilde{L}_{\max}^{\text{Konst-Modell}} \right) \sim \chi^2(2)$$

Aus der Stichprobe ergibt sich nach Aufgabenstellung

$$\tilde{L}_{\max}^{\text{Konst-Modell}} = -12.5, \quad \tilde{L}_{\max}^{\text{vollesModell}} = -11.9.$$

und damit

$$\lambda_{\text{Stichprobe}}^{\text{LR}} = 1.2, \quad (\chi^2(2))_{0.95} = 5.991 > 1.2$$

Damit kann  $H_0$  nicht abgelehnt werden ( $p \approx 23\%$ ).

(g) Das alternatives Modell

$$V_{ni} = (\beta_1^* + \beta_2^* T_n) \delta_{i1}, \quad T_n = \frac{s_n}{v_n},$$

hat nur zwei Parameter und eine Testvariable für den LR-Tests von

$$\lambda_{\text{Stichprobe}}^{\text{LR}} = 2(12.5 - 5.4) = 14.2.$$

Da dies bei Vorliegen von  $H_0$  eine Realisierung der  $\chi^2(1)$ -Verteilung ist und das  $1 - \alpha = 95\%$ -Quantil (vgl. die der Aufgabenstellung beigelegte  $\chi^2$ -Tabelle)

$$(\chi^2(1))_{0.95} = 3.821 < 14.2,$$

ist, ist  $H_0$  abgelehnt. Im Gegensatz zum ursprünglichen Modell ist dieses Modell signifikant besser als das Konstantenmodell. Damit ist die *Zeitlücke* (alternatives Modell) der wesentliche Einflussfaktor, nicht etwa die räumlichen Lücken oder die Geschwindigkeiten der heranfahrenden Fahrzeuge getrennt (ursprüngliches Modell).

## Aufgabe 2 (25 Punkte)

- (a) Das Auto erzeugt  $C_{\text{dir}} = 71 \text{ g/km}$  aus dem Verbrennungsmotor-Betrieb. Hinzu kommen die indirekten Emissionen durch den Elektrobetrieb, welche mit dem deutschen Energiemix von  $576 \text{ g/kWh}$  berechnet werden:

$$C_{\text{indir}} = 576 \text{ g/kWh} * 0.162 \text{ kWh/km} = 93.3 \text{ g/km}$$

also insgesamt  $C = 164.3 \text{ g/km}$ . Dies entspricht einem Treibstoffverbrauch eines reinen Verbrennungsmotor-Autos von

$$C_{\text{fuel}} = \frac{C}{7.1 \text{ kg}/3.11} = 164.3 \text{ g/km} * 3.11/7.1 \text{ kg} = 7.171/100\text{km}$$

Der CO<sub>2</sub>-Ausstoß durch die direkte Verbrennung,  $7.1 \text{ kg}/3.11$ , wurde direkt aus den in der Aufgabenstellung angegebenen Werten für den Verbrauch pro km und den CO<sub>2</sub>-Ausstoß pro km hergeleitet.<sup>1</sup>

- (b) Beim Life-Cycle-Assessment kommen zum Betriebsverbrauch die Verbräuche der Lebensphasen Herstellung und Entsorgung hinzu. Neben Treibstoff gehen in die Sachbilanz u.a. die Posten Eisen/Stah, Kunststoffe, Gummi und Glas ein.
- (c) Verflechtungseffekte: Während die Vorkette, beispielsweise bei der Kraftstoffherstellung, in der Sachbilanz berücksichtigt wird, sind dies weitere Verflechtungen, z.B. den Strom, den die Tankstelle zum Betrieb benötigt oder die Emissionen bei der Herstellung/Entsorgung der Tankklaster zur Tankstellenversorgung, nicht berücksichtigt.

---

<sup>1</sup>In der Aufgabenstellung fehlte der Dezimalpunkt:  $162 \text{ kWh/km}$  statt  $0.162 \text{ kWh/km}$ . Die sich daraus ergebenden abweichenden Berechnungen wurden natürlich zu 100% anerkannt.

### Aufgabe 3 (25 Punkte)

(a) physikbasierten Modell des Verbrauchs aus Aufgabenstellung:

$$\frac{dC}{dx} = \frac{\alpha_1}{v} + \alpha_2 + \alpha_3 v^2 + \alpha_4 \frac{dE}{dx}.$$

- Endogene Variable: streckenbezogene Verbrauchsrate  $\frac{dC}{dx}$ ,
- exogene Variablen: Geschwindigkeit  $v$  und räumliche Änderung  $\frac{dE}{dx}$  der Gesamtenergie (Die Antwort  $1/v$ , const.,  $v^2$  und  $\frac{dE}{dx}$  ist auch korrekt, wenn man es auf die Faktoren des parameterlinearen Modells bezieht),
- Parameter:  $\alpha_1$  bis  $\alpha_4$ .

(b) Ersetzt man im physikbasierten Modell  $v$  durch  $L/T$ , erhält man

$$\frac{dC}{dx} = \alpha_1 \frac{T}{L} + \alpha_2 + \alpha_3 \frac{L^2}{T^2} + \alpha_4 \frac{dE}{dx}.$$

Integriert man nun die Änderungsrate pro Streckeneinheit über die Strecke, werden die Terme mit den Parametern  $\alpha_1$  bis  $\alpha_3$  einfach mit  $L$  multipliziert, während das Integral von  $\frac{dE}{dx}$  die Energien  $E = 1/2mv^2 + mgh$  an den Rändern des Integrationsintervalls liefert, also am Ende (Index 2) abzüglich der Energie am Anfang (Index 1):

$$\begin{aligned} C &= \alpha_1 T + \alpha_2 L + \alpha_3 \frac{L^3}{T^2} + \alpha_4 (E_2 - E_1) \\ &= \alpha_1 T + \alpha_2 L + \alpha_3 \frac{L^3}{T^2} + \alpha_4 m \left[ g(h_2 - h_1) + \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2) \right] \end{aligned}$$

Vergleich mit dem in der Aufgabenstellung angegebenen Regressionsmodell liefert

$$\beta_1 = \alpha_1, \quad \beta_2 = \alpha_2, \quad \beta_3 = \alpha_3, \quad \beta_4 = m\alpha_4.$$

(c) Ein zusätzlicher Term  $\beta_5 v^2$  würde bei gegebener Geschwindigkeit unabhängig von der Streckenlänge immer den gleichen Betrag ergeben, was offensichtlich unsinnig ist.